

CHUYÊN ĐỀ LUYỆN THI ĐẠI HỌC 2013 - 2014

HÌNH HỌC GIẢI TÍCH TRONG MẶT PHẲNG

BIÊN SOẠN: LƯU HUY THƯỞNG



HỌ VÀ TÊN: …………………………………………………………………

LỚP :………………………………………………………………….

TRƯỜNG :……………………………………………………………….

HÀ NỘI, 8/2013

CHUYÊN ĐỀ

HÌNH HỌC GIẢI TÍCH TRONG MẶT PHẲNG

§1: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là **vectơ chỉ phương** của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ.

Nhận xét: *– Nếu $\vec{u}$ là một VTCP của Δ thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTCP của Δ.*

– Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một VTCP.

2. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng

Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là **vectơ pháp tuyến** của đường thẳng Δ nếu giá của nó vuông góc với Δ.

Nhận xét: *– Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của Δ thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTPT của Δ.*

– Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một VTPT.

– Nếu $\vec{u}$ là một VTCP và $\vec{n}$ là một VTPT của Δ thì $\vec{u} \perp \vec{n}$.

3. Phương trình tham số của đường thẳng

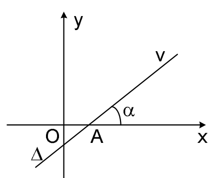
Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0;y_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (u_1;u_2)$.

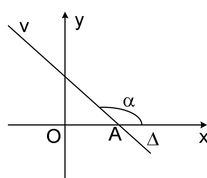
Phương trình tham số của Δ: $\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$ (1) *(t là tham số).*

Nhận xét: *– $M(x; y) \in \Delta \Leftrightarrow \exists t \in R$:* $\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$.

– Gọi k là hệ số góc của Δ thì:

+ $k = \tan\alpha$, với $\alpha = \widehat{xAv}$, $\alpha \neq 90^0$. *+ $k = \dfrac{u_2}{u_1}$, với $u_1 \neq 0$.*





4. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0;y_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (u_1;u_2)$.

Phương trình chính tắc của Δ: $\dfrac{x - x_0}{u_1} = \dfrac{y - y_0}{u_2}$ (2) ($u_1 \neq 0, u_2 \neq 0$).

Chú ý: *Trong trường hợp $u_1 = 0$ hoặc $u_2 = 0$ thì đường thẳng không có phương trình chính tắc.*

5. Phương trình tham số của đường thẳng

PT $ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ được gọi là **phương trình tổng quát** của đường thẳng.

Nhận xét: *– Nếu Δ có phương trình $ax + by + c = 0$ thì Δ có:*

VTPT là $\vec{n} = (a;b)$ và VTCP $\vec{u} = (-b;a)$ hoặc $\vec{u} = (b;-a)$.

– Nếu Δ đi qua $M_0(x_0;y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (a;b)$ thì phương trình của Δ là: $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

Các trường hợp đặc biệt:

Các hệ số	Phương trình đường thẳng Δ	Tính chất đường thẳng Δ
c = 0	$ax + by = 0$	*Δ đi qua gốc toạ độ O*
a = 0	$by + c = 0$	*Δ // Ox hoặc Δ ≡ Ox*
b = 0	$ax + c = 0$	*Δ // Oy hoặc Δ ≡ Oy*

• *Δ đi qua hai điểm A(a; 0), B(0; b) ($a, b \neq 0$): Phương trình của Δ:* $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$.

(phương trình đường thẳng theo đoạn chắn).

• *Δ đi qua điểm* $M_0(x_0;y_0)$ *và có hệ số góc k: Phương trình của Δ:* $y - y_0 = k(x - x_0)$

(phương trình đường thẳng theo hệ số góc)

6. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng Δ_1: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và Δ_2: $a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Toạ độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

• Δ_1 cắt Δ_2 ⇔ hệ (1) có một nghiệm ⇔ $\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2}$ (*nếu* $a_2, b_2, c_2 \neq 0$)

• Δ_1 // Δ_2 ⇔ hệ (1) vô nghiệm ⇔ $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} \neq \dfrac{c_1}{c_2}$ (*nếu* $a_2, b_2, c_2 \neq 0$)

• $\Delta_1 \equiv \Delta_2$ ⇔ hệ (1) có vô số nghiệm ⇔ $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} = \dfrac{c_1}{c_2}$ (*nếu* $a_2, b_2, c_2 \neq 0$)

7. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng Δ_1: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ (có VTPT $\vec{n}_1 = (a_1;b_1)$)

và Δ_2: $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ (có VTPT $\vec{n}_2 = (a_2;b_2)$).

$$\widehat{(\Delta_1, \Delta_2)} = \begin{cases} (\vec{n}_1, \vec{n}_2) & khi\ (\vec{n}_1, \vec{n}_2) \le 90^0 \\ 180^0 - (\vec{n}_1, \vec{n}_2) & khi\ (\vec{n}_1, \vec{n}_2) > 90^0 \end{cases}$$

$$\cos\widehat{(\Delta_1, \Delta_2)} = \cos\widehat{(\vec{n}_1, \vec{n}_2)} = \frac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

Chú ý: • *$\Delta_1 \perp \Delta_2$ ⇔* $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$.

• *Cho Δ_1:* $y = k_1x + m_1$, *Δ_2:* $y = k_2x + m_2$ *thì:*

+ Δ_1 // Δ_2 ⇔ $k_1 = k_2$ + $\Delta_1 \perp \Delta_2$ ⇔ $k_1. k_2 = -1$.

8. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

• Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho đường thẳng Δ: $ax + by + c = 0$ và điểm $M_0(x_0;y_0)$.

$$d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

• Vị trí tương đối của hai điểm đối với một đường thẳng

Cho đường thẳng Δ: $ax + by + c = 0$ và hai điểm $M(x_M;y_M)$, $N(x_N;y_N) \notin \Delta$.

– *M, N* nằm cùng phía đối với Δ ⇔ $(ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) > 0$.

– *M, N* nằm khác phía đối với Δ ⇔ $(ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) < 0$.

• Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng Δ_1: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và Δ_2: $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ cắt nhau.

Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là:

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

VẤN ĐỀ 1: Lập phương trình đường thẳng

• *Để lập phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng Δ ta cần xác định* ***một điểm*** $M_0(x_0;y_0) \in \Delta$ *và* ***một VTCP*** $\vec{u} = (u_1;u_2)$ *của Δ.*

PTTS của Δ: $\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$; *PTCT của Δ:* $\dfrac{x - x_0}{u_1} = \dfrac{y - y_0}{u_2}$ ($u_1 \neq 0$, $u_2 \neq 0$).

• *Để lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ ta cần xác định* ***một điểm*** $M_0(x_0;y_0) \in \Delta$ *và* ***một VTPT*** $\vec{n} = (a;b)$ *của Δ. PTTQ của Δ:* $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

• *Một số bài toán thường gặp:*

+ Δ đi qua hai điểm $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ *(với* $x_A \neq x_B$, $y_A \neq y_B$*): PT của Δ:* $\dfrac{x - x_A}{x_B - x_A} = \dfrac{y - y_A}{y_B - y_A}$

+ Δ đi qua hai điểm A(a; 0), B(0; b) (a, b ≠ 0): PT của Δ: $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$.

+ Δ đi qua điểm $M_0(x_0;y_0)$ *và có hệ số góc k: PT của Δ:* $y - y_0 = k(x - x_0)$

Chú ý: *Ta có thể chuyển đổi giữa các phương trình tham số, chính tắc, tổng quát của một đường thẳng.*

• *Để tìm điểm M′ đối xứng với điểm M qua đường thẳng d, ta có thể thực hiện như sau:*

Cách 1: – Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và vuông góc với d.

– Xác định I = d ∩ Δ (I là hình chiếu của M trên d).

– Xác định M′ sao cho I là trung điểm của MM′.

Cách 2: Gọi I là trung điểm của MM′. Khi đó:

M′ đối xứng của M qua d ⇔ $\begin{cases} \overrightarrow{MM'} \perp \vec{u}_d \\ I \in d \end{cases}$ *(sử dụng toạ độ)*

• *Để viết phương trình đường thẳng d′ đối xứng với đường thẳng d qua đường thẳng Δ, ta có thể thực hiện như sau:*

– Nếu d // Δ:

+ Lấy A ∈ d. Xác định A′ đối xứng với A qua Δ.

+ Viết phương trình đường thẳng d′ qua A′ và song song với d.

– Nếu d ∩ Δ = I:

+ Lấy A ∈ d (A ≠ I). Xác định A′ đối xứng với A qua Δ.

+ Viết phương trình đường thẳng d′ qua A′ và I.

• *Để viết phương trình đường thẳng d′ đối xứng với đường thẳng d qua điểm I, Δ, ta có thể thực hiện như sau:*

– Lấy A ∈ d. Xác định A′ đối xứng với A qua I.

– Viết phương trình đường thẳng d′ qua A′ và song song với d.

BÀI TẬP

HT 1. Lập PTTS, PTCT (nếu có), PTTQ của các đường thẳng đi qua điểm M và có VTCP $\vec{u}$:

a) M(−2; 3) , $\vec{u} = (5;-1)$ b) M(−1; 2), $\vec{u} = (-2;3)$ c) M(3; −1), $\vec{u} = (-2;-5)$

d) M(1; 2), $\vec{u} = (5;0)$ e) M(7; −3), $\vec{u} = (0;3)$ f) M ≡ O(0; 0), $\vec{u} = (2;5)$

HT 2. Lập PTTS, PTCT (nếu có), PTTQ của các đường thẳng đi qua điểm M và có VTPT $\vec{n}$:

a) M(−2; 3) , $\vec{n} = (5;-1)$ b) M(−1; 2), $\vec{n} = (-2;3)$ c) M(3; −1), $\vec{n} = (-2;-5)$

d) M(1; 2), $\vec{n} = (5;0)$ e) M(7; −3), $\vec{n} = (0;3)$ f) M ≡ O(0; 0), $\vec{n} = (2;5)$

HT 3. Lập PTTS, PTCT (nếu có), PTTQ của các đường thẳng đi qua điểm M và có hệ số góc k:

a) M(−3; 1), $k = -2$ b) M(−3; 4), $k = 3$ c) M(5; 2), $k = 1$

d) M(−3; −5), $k = -1$ e) M(2; −4), $k = 0$ f) M ≡ O(0; 0), $k = 4$

HT 4. Lập PTTS, PTCT (nếu có), PTTQ của các đường thẳng đi qua hai điểm A, B:

a) A(−2; 4), B(1; 0) b) A(5; 3), B(−2; −7) c) A(3; 5), B(3; 8)

d) A(−2; 3), B(1; 3) e) A(4; 0), B(3; 0) f) A(0; 3), B(0; −2)

HT 5. Viết PTTS, PTCT (nếu có), PTTQ của các đường thẳng đi qua điểm M và song song với đường thẳng d:

a) M(2; 3), d: $4x - 10y + 1 = 0$ b) M(−1; 2), $d \equiv Ox$ c) M(4; 3), $d \equiv Oy$

d) M(2; −3), d: $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 4t \end{cases}$ e) M(0; 3), d: $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+4}{-2}$

HT 6. Viết PTTS, PTCT (nếu có), PTTQ của các đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d:

a) M(2; 3), d: $4x - 10y + 1 = 0$ b) M(−1; 2), $d \equiv Ox$ c) M(4; 3), $d \equiv Oy$

d) M(2; −3), d: $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 4t \end{cases}$ e) M(0; 3), d: $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+4}{-2}$

HT 7. Cho tam giác ABC. Viết phương trình các cạnh, các đường trung tuyến, các đường cao của tam giác với:

a) A(2; 0), B(2; −3), C(0; −1) b) A(1; 4), B(3; −1), C(6; 2)

c) A(−1; −1), B(1; 9), C(9; 1) d) A(4; −1), B(−3; 2), C(1; 6)

HT 8. Cho tam giác ABC, biết phương trình ba cạnh của tam giác. Viết phương trình các đường cao của tam giác, với:

a) $AB: 2x - 3y - 1 = 0,\ BC: x + 3y + 7 = 0,\ CA: 5x - 2y + 1 = 0$

b) $AB: 2x + y + 2 = 0,\ BC: 4x + 5y - 8 = 0,\ CA: 4x - y - 8 = 0$

HT 9. Viết phương trình các cạnh và các trung trực của tam giác ABC biết trung điểm của các cạnh BC, CA, AB lần lượt là các điểm M, N, P, với:

a) M(−1; −1), N(1; 9), P(9; 1) b) $M\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{5}{2}\right),\ N\left(\dfrac{5}{2};-\dfrac{7}{2}\right),\ P(2;-4)$

c) $M\left(2;-\dfrac{3}{2}\right),\ N\left(1;-\dfrac{1}{2}\right),\ P(1;-2)$ d) $M\left(\dfrac{3}{2};2\right),\ N\left(\dfrac{7}{2};3\right),\ P(1;4)$

HT 10. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và chắn trên hai trục toạ độ 2 đoạn bằng nhau, với:

a) M(−4; 10) b) M(2; 1) c) M(−3; −2) d) M(2; −1)

HT 11. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và cùng với hai trục toạ độ tạo thành một tam giác có diện tích S, với:

a) M(–4; 10), S = 2 b) M(2; 1), S = 4 c) M(–3; –2), S = 3 d) M(2; –1), S = 4

HT 12. Tìm hình chiếu của điểm M lên đường thẳng *d* và điểm M′ đối xứng với M qua đường thẳng *d* với:

a) M(2; 1), $d: 2x + y - 3 = 0$ b) M(3; – 1), $d: 2x + 5y - 30 = 0$

c) M(4; 1), $d: x - 2y + 4 = 0$ d) M(– 5; 13), $d: 2x - 3y - 3 = 0$

HT 13. Lập phương trình đường thẳng *d*′ đối xứng với đường thẳng *d* qua đường thẳng Δ, với:

a) $d: 2x - y + 1 = 0,\ \Delta: 3x - 4y + 2 = 0$ b) $d: x - 2y + 4 = 0,\ \Delta: 2x + y - 2 = 0$

c) $d: x + y - 1 = 0,\ \Delta: x - 3y + 3 = 0$ d) $d: 2x - 3y + 1 = 0,\ \Delta: 2x - 3y - 1 = 0$

HT 14. Lập phương trình đường thẳng *d*′ đối xứng với đường thẳng *d* qua điểm I, với:

a) $d: 2x - y + 1 = 0,\ I(2;1)$ b) $d: x - 2y + 4 = 0,\ I(-3;0)$

c) $d: x + y - 1 = 0,\ I(0;3)$ d) $d: 2x - 3y + 1 = 0,\ I \equiv O(0;0)$

VẤN ĐỀ 2: Các bài toán dựng tam giác

Đó là các bài toán xác định toạ độ các đỉnh hoặc phương trình các cạnh của một tam giác khi biết một số yếu tố của tam giác đó. Để giải loại bài toán này ta thường sử dụng đến các cách dựng tam giác.

Sau đây là một số dạng:

Dạng 1: *Dựng tam giác ABC, khi biết các đường thẳng chứa cạnh BC và hai đường cao BB′, CC′.*

Cách dựng: – *Xác định B = BC ∩ BB′, C = BC ∩ CC′.*

– *Dựng AB qua B và vuông góc với CC′.*

– *Dựng AC qua C và vuông góc với BB′.*

– *Xác định A = AB ∩ AC.*

Dạng 2: *Dựng tam giác ABC, khi biết đỉnh A và hai đường thẳng chứa hai đường cao BB′, CC′.*

Cách dựng: – *Dựng AB qua A và vuông góc với CC′.*

– *Dựng AC qua A và vuông góc với BB′.*

– *Xác định B = AB ∩ BB′, C = AC ∩ CC′.*

Dạng 3: *Dựng tam giác ABC, khi biết đỉnh A và hai đường thẳng chứa hai đường trung tuyến BM, CN.*

Cách dựng: – *Xác định trọng tâm G = BM ∩ CN.*

– *Xác định A′ đối xứng với A qua G (suy ra BA′ // CN, CA′ // BM).*

– *Dựng* d_B *qua A′ và song song với CN.*

– *Dựng* d_C *qua A′ và song song với BM.*

– *Xác định B = BM ∩* d_B*, C = CN ∩* d_C*.*

Dạng 4: *Dựng tam giác ABC, khi biết hai đường thẳng chứa hai cạnh AB, AC và trung điểm M của cạnh BC.*

Cách dựng: – *Xác định A = AB ∩ AC.*

– Dựng d_1 qua M và song song với AB.

– Dựng d_2 qua M và song song với AC.

– Xác định trung điểm I của AC: I = AC $\cap$ d_1.

– Xác định trung điểm J của AB: J = AB $\cap$ d_2.

– Xác định B, C sao cho $\overrightarrow{JB} = \overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{AI}$.

Cách khác: *Trên AB lấy điểm B, trên AC lấy điểm C sao cho* $\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC}$.

BÀI TẬP

HT 15. Cho tam giác ABC, biết phương trình một cạnh và hai đường cao. Viết phương trình hai cạnh và đường cao còn lại, với: *(dạng 1)*

a) $BC: 4x + y - 12 = 0,\ BB': 5x - 4y - 15 = 0,\ CC': 2x + 2y - 9 = 0$

b) $BC: 5x - 3y + 2 = 0,\ BB': 4x - 3y + 1 = 0,\ CC': 7x + 2y - 22 = 0$

c) $BC: x - y + 2 = 0,\ BB': 2x - 7y - 6 = 0,\ CC': 7x - 2y - 1 = 0$

d) $BC: 5x - 3y + 2 = 0,\ BB': 2x - y - 1 = 0,\ CC': x + 3y - 1 = 0$

Đ/s: a)……………………………………………………………………………………………………

b) ……………………………………………………………………………………………………

c) ……………………………………………………………………………………………………

d) ……………………………………………………………………………………………………

HT 16. Cho tam giác ABC, biết toạ độ một đỉnh và phương trình hai đường cao. Viết phương trình các cạnh của tam giác đó, với: *(dạng 2)*

a) $A(3;0),\ BB': 2x + 2y - 9 = 0,\ CC': 3x - 12y - 1 = 0$

b) $A(1;0),\ BB': x - 2y + 1 = 0,\ CC': 3x + y - 1 = 0$

Đ/s:a)……………………………………………………………………………………………………

b) ……………………………………………………………………………………………………

HT 17. Cho tam giác ABC, biết toạ độ một đỉnh và phương trình hai đường trung tuyến. Viết phương trình các cạnh của tam giác đó, với: *(dạng 3)*

a) $A(1;3),\ BM: x - 2y + 1 = 0,\ CN: y - 1 = 0$

b) $A(3;9),\ BM: 3x - 4y + 9 = 0,\ CN: y - 6 = 0$

Đ/s:a)……………………………………………………………………………………………………

b) ……………………………………………………………………………………………………

HT 18. Cho tam giác ABC, biết phương trình một cạnh và hai đường trung tuyến. Viết phương trình các cạnh còn lại của tam giác đó, với:

a) $AB: x-2y+7=0,\ AM: x+y-5=0,\ BN: 2x+y-11=0$

Đ/s: a) $AC: 16x+13y-68=0,\ BC: 17x+11y-106=0$

HT 19. Cho tam giác ABC, biết phương trình hai cạnh và toạ độ trung điểm của cạnh thứ ba. Viết phương trình của cạnh thứ ba, với: *(dạng 4)*

a) $AB: 2x+y-2=0,\ AC: x+3y-3=0,\ M(-1;1)$

b) $AB: 2x-y-2=0,\ AC: x+y+3=0,\ M(3;0)$

c) $AB: x-y+1=0,\ AC: 2x+y-1=0,\ M(2;1)$

d) $AB: x+y-2=0,\ AC: 2x+6y+3=0,\ M(-1;1)$

Đ/s: a)……………………………………………………………………………………………………

b) …………………………………………………………………………………………………

c) …………………………………………………………………………………………………

d) …………………………………………………………………………………………………

HT 20. Cho tam giác ABC, biết toạ độ một đỉnh, phương trình một đường cao và một trung tuyến. Viết phương trình các cạnh của tam giác đó, với:

a) $A(4;-1),\ BH: 2x-3y+12=0,\ BM: 2x+3y=0$

b) $A(2;-7),\ BH: 3x+y+11=0,\ CN: x+2y+7=0$

c) $A(0;-2),\ BH: x-2y+1=0,\ CN: 2x-y+2=0$

d) $A(-1;2),\ BH: 5x-2y-4=0,\ CN: 5x+7y-20=0$

Đ/s:a)……………………………………………………………………………………………………

b) …………………………………………………………………………………………………

c) …………………………………………………………………………………………………

d) …………………………………………………………………………………………………

VẤN ĐỀ 3: Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng Δ_1: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và Δ_2: $a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Toạ độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

• *Δ_1 cắt Δ_2 ⇔ hệ (1) có một nghiệm ⇔ $\frac{a_1}{a_2} \ne \frac{b_1}{b_2}$ (nếu $a_2, b_2, c_2 \ne 0$)*

• *Δ_1 // Δ_2 ⇔ hệ (1) vô nghiệm ⇔ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \ne \frac{c_1}{c_2}$ (nếu $a_2, b_2, c_2 \ne 0$)*

• *$\Delta_1 \equiv \Delta_2$ ⇔ hệ (1) có vô số nghiệm ⇔ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ (nếu $a_2, b_2, c_2 \ne 0$)*

Để chứng minh ba đường thẳng đồng qui, ta có thể thực hiện như sau:

– Tìm giao điểm của hai trong ba đường thẳng.

– Chứng tỏ đường thẳng thứ ba đi qua giao điểm đó.

BÀI TẬP

HT 21. Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau, nếu chúng cắt nhau thì tìm toạ độ giao điểm của chúng:

a) $2x + 3y + 1 = 0, \quad 4x + 5y - 6 = 0$ b) $4x - y + 2 = 0, \quad -8x + 2y + 1 = 0$

c) $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -7 + 3t \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -4 - 6t \end{cases}$

HT 22. Cho hai đường thẳng *d* và Δ. Tìm *m* để hai đường thẳng:

i) cắt nhau ii) song song iii) trùng nhau

a) $d : mx - 5y + 1 = 0, \quad \Delta : 2x + y - 3 = 0$

b) $d : 2mx + (m - 1)y - 2 = 0, \; \Delta : (m + 2)x + (2m + 1)y - (m + 2) = 0$

HT 23. Tìm *m* để ba đường thẳng sau đồng qui:

a) $y = 2x - 1, \quad 3x + 5y = 8, \quad (m + 8)x - 2my = 3m$

b) $y = 2x - m, \quad y = -x + 2m, \quad mx - (m - 1)y = 2m - 1$

HT 24. Viết phương trình đường thẳng *d* đi qua giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 và:

a) $d_1 : 3x - 2y + 10 = 0, \; d_2 : 4x + 3y - 7 = 0, \; d \text{ qua } A(2;1)$

b) $d_1 : 3x - 5y + 2 = 0, \; d_2 : 5x - 2y + 4 = 0, \; d \text{ song song } d_3 : 2x - y + 4 = 0$

HT 25. Tìm điểm mà các đường thẳng sau luôn đi qua với mọi *m*:

a) $(m - 2)x - y + 3 = 0$ b) $mx - y + (2m + 1) = 0$

c) $mx - y - 2m - 1 = 0$ d) $(m + 2)x - y + 1 = 0$

HT 26. Cho tam giác ABC với A(0; –1), B(2; –3), C(2; 0).

a) Viết phương trình các đường trung tuyến, phương trình các đường cao, phương trình các đường trung trực của tam giác.

b) Chứng minh các đường trung tuyến đồng qui, các đường cao đồng qui, các đường trung trực đồng qui.

HT 27. Hai cạnh của hình bình hành ABCD có phương trình $x - 3y = 0, \; 2x + 5y + 6 = 0$, đỉnh C(4; –1). Viết phương

trình hai cạnh còn lại.

HT 28. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và cách đều hai điểm P, Q với:

a) M(2; 5), P(–1; 2), Q(5; 4) b) M(1; 5), P(–2; 9), Q(3; –2)

VẤN ĐỀ 4: Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho đường thẳng Δ: $ax+by+c=0$ *và điểm* $M_0(x_0;y_0)$.

$$d(M_0,\Delta)=\frac{\left|ax_0+by_0+c\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

2. Vị trí tương đối của hai điểm đối với một đường thẳng

Cho đường thẳng Δ: $ax+by+c=0$ *và hai điểm* $M(x_M;y_M),\ N(x_N;y_N)\notin \Delta$.

– M, N nằm cùng phía đối với Δ ⇔ $(ax_M+by_M+c)(ax_N+by_N+c)>0$.

– M, N nằm khác phía đối với Δ ⇔ $(ax_M+by_M+c)(ax_N+by_N+c)<0$.

3. Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng Δ_1: $a_1x+b_1y+c_1=0$ *và* Δ_2: $a_2x+b_2y+c_2=0$ *cắt nhau.*

Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng Δ_1 *và* Δ_2 *là:*

$$\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}=\pm\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

Chú ý: *Để lập phương trình đường phân giác trong hoặc ngoài của góc A trong tam giác ABC ta có thể thực hiện như sau:*

Cách 1*:*

– Tìm toạ độ chân đường phân giác trong hoặc ngoài (dựa vào tính chất đường phân giác của góc trong tam giác).

Cho ΔABC với đường phân giác trong AD và phân giác ngoài AE (D, E ∈ BC) ta có:

$\overrightarrow{DB}=-\frac{AB}{AC}.\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{EB}=\frac{AB}{AC}.\overrightarrow{EC}$.

– Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm.

Cách 2:

– Viết phương trình các đường phân giác d_1, d_2 *của các góc tạo bởi hai đường thẳng AB, AC.*

– Kiểm tra vị trí của hai điểm B, C đối với d_1 *(hoặc* d_2*).*

+ Nếu B, C nằm khác phía đối với d_1 *thì* d_1 *là đường phân giác trong.*

+ Nếu B, C nằm cùng phía đối với d_1 *thì* d_1 *là đường phân giác ngoài.*

BÀI TẬP

HT 29. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng *d*, với:

a) $M(4;-5),\ d: 3x-4y+8=0$ b) $M(3;5),\ d: x+y+1=0$

c) $M(4;-5),\ d: \begin{cases}x=2t\\y=2+3t\end{cases}$ d) $M(3;5),\ d: \frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{3}$

HT 30.

a) Cho đường thẳng Δ: $2x-y+3=0$. Tính bán kính đường tròn tâm I(–5; 3) và tiếp xúc với Δ.

b) Cho hình chữ nhật ABCD có phương trình 2 cạnh là: $2x-3y+5=0,\ 3x+2y-7=0$ và đỉnh A(2; –3). Tính diện tích hình chữ nhật đó.

c) Tính diện tích hình vuông có 4 đỉnh nằm trên 2 đường thẳng song song: $d_1: 3x-4y+6=0$ và $d_2: 6x-8y-13=0$.

HT 31. Cho tam giác ABC. Tính diện tích tam giác ABC, với:

a) A(–1; –1), B(2; –4), C(4; 3) b) A(–2; 14), B(4; –2), C(5; –4)

HT 32. Viết phương trình đường thẳng *d* song song và cách đường thẳng Δ một khoảng *k*, với:

a) $\Delta : 2x - y + 3 = 0,\ k = \sqrt{5}$ b) $\Delta : \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases},\ k = 3$

c) $\Delta : y - 3 = 0,\ \ k = 5$ d) $\Delta : x - 2 = 0,\ \ k = 4$

HT 33. Viết phương trình đường thẳng *d* song song với đường thẳng Δ và cách điểm A một khoảng bằng *k*, với:

a) $\Delta : 3x - 4y + 12 = 0,\ A(2;3),\ k = 2$ b) $\Delta : x + 4y - 2 = 0,\ A(-2;3),\ k = 3$

c) $\Delta : y - 3 = 0,\ A(3;-5),\ k = 5$ d) $\Delta : x - 2 = 0,\ A(3;1),\ k = 4$

HT 34. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cách B một khoảng bằng *d*, với:

a) A(–1; 2), B(3; 5), *d* = 3 b) A(–1; 3), B(4; 2), *d* = 5

c) A(5; 1), B(2; –3), *d* = 5 d) A(3; 0), B(0; 4), *d* = 4.

HT 35. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và cách đều hai điểm P, Q, với:

a) M(2; 5), P(–1; 2), Q(5; 4) b) M(1; 2), P(2; 3), Q(4; –5)

c) M(10; 2), P(3; 0), Q(–5; 4) d) M(2; 3), P(3; –1), Q(3; 5)

HT 36. Viết phương trình đường thẳng *d* cách điểm A một khoảng bằng *h* và cách điểm B một khoảng bằng *k*, với:

a) A(1; 1), B(2; 3), *h* = 2, *k* = 4 b) A(2; 5), B(–1; 2), *h* = 1, *k* = 3

HT 37. Cho đường thẳng Δ: $x - y + 2 = 0$ và các điểm O(0; 0), A(2; 0), B(–2; 2).

a) Chứng minh đường thẳng Δ cắt đoạn thẳng AB.

b) Chứng minh rằng hai điểm O, A nằm cùng về một phía đối với đường thẳng Δ.

c) Tìm điểm O′ đối xứng với O qua Δ.

d) Trên Δ, tìm điểm M sao cho độ dài đường gấp khúc OMA ngắn nhất.

HT 38. Cho hai điểm A(2; 2), B(5; 1). Tìm điểm C trên đường thẳng Δ: $x - 2y + 8 = 0$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17 (đvdt).

HD: $C(12;10),\ C\left(-\frac{76}{5};-\frac{18}{5}\right)$.

HT 39. Tìm tập hợp điểm.

a) Tìm tập hợp các điểm cách đường thẳng Δ: $-2x + 5y - 1 = 0$ một khoảng bằng 3.

b) Tìm tập hợp các điểm cách đều hai đường thẳng $d : 5x + 3y - 3 = 0,\ \Delta : 5x + 3y + 7 = 0$.

c) Tìm tập hợp các điểm cách đều hai đường thẳng $d : 4x - 3y + 2 = 0,\ \Delta : y - 3 = 0$.

d) Tìm tập hợp các điểm có tỉ số các khoảng cách đến hai đường thẳng sau bằng $\frac{5}{13}$:

$d : 5x - 12y + 4 = 0$ và $\Delta : 4x - 3y - 10 = 0$.

HT 40. Viết phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng:

a) $3x - 4y + 12 = 0,\ \ 12x + 5y - 20 = 0$ b) $3x - 4y - 9 = 0,\ \ 8x - 6y + 1 = 0$

c) $x + 3y - 6 = 0,\ \ 3x + y + 2 = 0$ d) $x + 2y - 11 = 0,\ \ 3x - 6y - 5 = 0$

HT 41. Cho tam giác ABC. Tìm tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC, với:

a) A(–3; –5), B(4; –6), C(3; 1) Đ/s: ……………………………………………………

b) $AB: 2x-3y+21=0,\ BC: 2x+3y+9=0,\ CA: 3x-2y-6=0$ Đ/s: ……………………..

VẤN ĐỀ 4: Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng Δ₁: $a_1x+b_1y+c_1=0$ *(có VTPT* $\vec{n}_1=(a_1;b_1)$*)*

và Δ₂: $a_2x+b_2y+c_2=0$ *(có VTPT* $\vec{n}_2=(a_2;b_2)$*).*

$$\widehat{(\Delta_1,\Delta_2)}=\begin{cases}(\vec{n}_1,\vec{n}_2) & khi\ (\vec{n}_1,\vec{n}_2)\le 90^0\\ 180^0-(\vec{n}_1,\vec{n}_2) & khi\ (\vec{n}_1,\vec{n}_2)>90^0\end{cases}$$

$$\cos\widehat{(\Delta_1,\Delta_2)}=\cos\widehat{(\vec{n}_1,\vec{n}_2)}=\frac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|}=\frac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

Chú ý: • $0^0\le\left(\widehat{\Delta_1,\Delta_2}\right)\le 90^0$.

• *$\Delta_1\perp\Delta_2 \Leftrightarrow$* $a_1a_2+b_1b_2=0$.

• *Cho Δ₁:* $y=k_1x+m_1$, *Δ₂:* $y=k_2x+m_2$ *thì:*

+ $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow k_1=k_2$ + $\Delta_1\perp\Delta_2 \Leftrightarrow k_1.k_2=-1$.

• *Cho ΔABC. Để tính góc A trong ΔABC, ta có thể sử dụng công thức:* $\cos A=\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}|.|\overrightarrow{AC}|}$

BÀI TẬP

HT 42. Tính góc giữa hai đường thẳng:

a) $x-2y-1=0,\ x+3y-11=0$ b) $2x-y+5=0,\ 3x+y-6=0$

HT 43. Tính số đo của các góc trong tam giác ABC, với:

a) A(–3; –5), B(4; –6), C(3; 1)

B) $AB: 4x+3y+12=0,\ BC: 3x-4y-24=0,\ CA: 3x+4y-6=0$

HT 44. Cho hai đường thẳng *d* và Δ. Tìm *m* để góc giữa hai đường thẳng đó bằng α, với:

a) $d: 2mx+(m-3)y+4m-1=0,\ \Delta: (m-1)x+(m+2)y+m-2=0,\ \alpha=45^0$.

b) $d: (m+3)x-(m-1)y+m-3=0,\ \Delta: (m-2)x+(m+1)y-m-1=0,\ \alpha=90^0$.

HT 45. Viết phương trình đường thẳng *d* đi qua điểm A và tạo với đường thẳng Δ một góc α, với:

a) $A(6;2),\ \Delta: 3x+2y-6=0,\ \alpha=45^0$ b) $A(-2;0),\ \Delta: x+3y-3=0,\ \alpha=45^0$

c) $A(2;5),\ \Delta: x+3y+6=0,\ \alpha=60^0$ d) $A(1;3),\ \Delta: x-y=0,\ \alpha=30^0$

HT 46. Cho hình vuông ABCD có tâm I(4; –1) và phương trình một cạnh là $3x-y+5=0$.

a) Viết phương trình hai đường chéo của hình vuông.

b) Tìm toạ độ 4 đỉnh của hình vuông.

§2: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

1. Phương trình đường tròn

Phương trình đường tròn có tâm *I(a; b)* và bán kính *R*: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.

Nhận xét: Phương trình $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$, với $a^2+b^2-c>0$,

là phương trình đường tròn tâm *I(–a; –b)*, bán kính *R* = $\sqrt{a^2+b^2-c}$.

2. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Cho đường tròn (C) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ.

Δ tiếp xúc với (C) ⇔ $d(I,\Delta)=R$

VẤN ĐỀ 1: Xác định tâm và bán kính của đường tròn

• *Nếu phương trình đường tròn (C) có dạng:* $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

thì (C) có tâm I(a; b) và bán kính R.

• *Nếu phương trình đường tròn (C) có dạng:* $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$

thì *– Biến đổi đưa về dạng* $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

hoặc *– Tâm I(–a; –b), bán kính R =* $\sqrt{a^2+b^2-c}$.

Chú ý: *Phương trình* $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$ *là phương trình đường tròn nếu thoảmãn điều kiện:*

$$a^2+b^2-c>0.$$

BÀI TẬP

HT 47. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn đó:

a) $x^2+y^2-2x-2y-2=0$ b) $x^2+y^2-6x+4y-12=0$

c) $16x^2+16y^2+16x-8y=11$ d) $7x^2+7y^2-4x+6y-1=0$

HT 48. Tìm *m* để các phương trình sau là phương trình đường tròn:

a) $x^2+y^2+4mx-2my+2m+3=0$

b) $x^2+y^2-2(m+1)x+2my+3m^2-2=0$

c) $x^2+y^2-2mx-2(m^2-1)y+m^4-2m^4-2m^2-4m+1=0$

VẤN ĐỀ 2: Lập phương trình đường tròn

Để lập phương trình đường tròn (C) ta thường cần phải xác định ***tâm I (a; b)*** *và* ***bán kính R*** *của (C). Khi đó phương trình đường tròn (C) là:*

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

Dạng 1: *(C) có tâm I và đi qua điểm A.* *– Bán kính R = IA.*

Dạng 2: *(C) có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng Δ.* *– Bán kính R =* $d(I,\Delta)$.

Dạng 3: *(C) có đường kính AB.*

– Tâm I là trung điểm của AB.

– Bán kính R = $\frac{AB}{2}$.

Dạng 4: *(C) đi qua hai điểm A, B và có tâm I nằm trên đường thẳng Δ.*

– Viết phương trình đường trung trực d của đoạn AB.

– Xác định tâm I là giao điểm của d và Δ.

– Bán kính R = IA.

Dạng 5: *(C) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng Δ.*

– Viết phương trình đường trung trực d của đoạn AB.

– Tâm I của (C) thoả mãn: $\begin{cases} I \in d \\ d(I,\Delta) = IA \end{cases}$.

– Bán kính R = IA.

Dạng 6: *(C) đi qua điểm A và tiếp xúc với đường thẳng Δ tại điểm B.*

– Viết phương trình đường trung trực d của đoạn AB.

– Viết phương trình đường thẳng Δ′ đi qua B và vuông góc với Δ.

– Xác định tâm I là giao điểm của d và Δ′.

– Bán kính R = IA.

Dạng 7: *(C) đi qua điểm A và tiếp xúc với hai đường thẳng* Δ_1 *và* Δ_2.

– Tâm I của (C) thoả mãn: $\begin{cases} d(I,\Delta_1) = d(I,\Delta_2) & (1) \\ d(I,\Delta_1) = IA & (2) \end{cases}$

– Bán kính R = IA.

Chú ý: *– Muốn bỏ dấu GTTĐ trong (1), ta xét dấu miền mặt phẳng định bởi* Δ_1 *và* Δ_2 *hay xét dấu khoảng cách đại số từ A đến* Δ_1 *và* Δ_2.

– Nếu $\Delta_1 // \Delta_2$, *ta tính R =* $\frac{1}{2}d(\Delta_1,\Delta_2)$, *và (2) được thay thế bới IA = R.*

Dạng 8: *(C) tiếp xúc với hai đường thẳng* Δ_1, Δ_2 *và có tâm nằm trên đường thẳng d.*

– Tâm I của (C) thoả mãn: $\begin{cases} d(I,\Delta_1) = d(I,\Delta_2) \\ I \in d \end{cases}$.

– Bán kính R = $d(I,\Delta_1)$.

Dạng 9: *(C) đi qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C (đường tròn ngoại tiếp tam giác).*

Cách 1: *– Phương trình của (C) có dạng:* $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ *(*).*

– Lần lượt thay toạ độ của A, B, C vào (*) ta được hệ phương trình.

– Giải hệ phương trình này ta tìm được a, b, c ⇒ phương trình của (C).

Cách 2: *– Tâm I của (C) thoả mãn:* $\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases}$.

– Bán kính R = IA = IB = IC.

Dạng 10: *(C) nội tiếp tam giác ABC.*

– Viết phương trình của hai đường phân giác trong của hai góc trong tam giác

– Xác định tâm I là giao điểm của hai đường phân giác trên.

– Bán kính R = $d(I, AB)$.

BÀI TẬP

HT 49. Viết phương trình đường tròn có tâm I và đi qua điểm A, với: *(dạng 1)*
a) I(2; 4), A(–1; 3) b) I(–3; 2), A(1; –1) c) I(–1; 0), A(3; –11) d) I(1; 2), A(5; 2)

HT 50. Viết phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng Δ, với: *(dạng 2)*
a) $I(3;4),\ \Delta: 4x - 3y + 15 = 0$ b) $I(2;3),\ \Delta: 5x - 12y - 7 = 0$

c) $I(-3;2),\ \Delta \equiv Ox$ d) $I(-3;-5),\ \Delta \equiv Oy$

HT 51. Viết phương trình đường tròn có đường kính AB, với: *(dạng 3)*
a) A(–2; 3), B(6; 5) b) A(0; 1), C(5; 1) c) A(–3; 4), B(7; 2) d) A(5; 2), B(3; 6)

HT 52. Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A, B và có tâm I nằm trên đường thẳng Δ, với: *(dạng 4)*
a) $A(2;3),\ B(-1;1),\ \Delta: x - 3y - 11 = 0$ b) $A(0;4),\ B(2;6),\ \Delta: x - 2y + 5 = 0$

c) $A(2;2),\ B(8;6),\ \Delta: 5x - 3y + 6 = 0$

HT 53. Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng Δ, với: *(dạng 5)*
a) $A(1;2),\ B(3;4),\ \Delta: 3x + y - 3 = 0$ b) $A(6;3),\ B(3;2),\ \Delta: x + 2y - 2 = 0$

c) $A(-1;-2),\ B(2;1),\ \Delta: 2x - y + 2 = 0$ d) $A(2;0),\ B(4;2),\ \Delta \equiv Oy$

Đ/s:a)……………………………………………………………………..b)…………………………….

c)……………………………………………………………………..d)…………………………….

HT 54. Viết phương trình đường tròn đi qua điểm A và tiếp xúc với đường thẳng Δ tại điểm B, với: a) $A(-2;6),\ \Delta: 3x - 4y - 15 = 0,\ B(1;-3)$ b) $A(-2;1),\ \Delta: 3x - 2y - 6 = 0,\ B(4;3)$

c) $A(6;-2),\ \Delta \equiv Ox,\ B(6;0)$ d) $A(4;-3),\ \Delta: x + 2y - 3 = 0,\ B(3;0)$

Đ/s:a) ……………………………………………………………………..b)…………………………….

c) ……………………………………………………………………..d)…………………………….

HT 55. Viết phương trình đường tròn đi qua điểm A và tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2, với: a)

$A(2;3)$, $\Delta_1 : 3x - 4y + 1 = 0$, $\Delta_2 : 4x + 3y - 7 = 0$

b) $A(1;3)$, $\Delta_1 : x + 2y + 2 = 0$, $\Delta_2 : 2x - y + 9 = 0$

c) $A \equiv O(0;0)$, $\Delta_1 : x + y - 4 = 0$, $\Delta_2 : x + y + 4 = 0$

d) $A(3;-6)$, $\Delta_1 \equiv Ox$, $\Delta_2 \equiv Oy$

Đ/s:a) ……………………………………………………………………b)………………………………

c)……………………………………………………………………d)………………………………

HT 56. Viết phương trình đường tròn tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 và có tâm nằm trên đường thẳng d, với:

a) $\Delta_1 : 3x + 2y + 3 = 0$, $\Delta_2 : 2x - 3y + 15 = 0$, $d : x - y = 0$

b) $\Delta_1 : x + y + 4 = 0$, $\Delta_2 : 7x - y + 4 = 0$, $d : 4x + 3y - 2 = 0$

c) $\Delta_1 : 4x - 3y - 16 = 0$, $\Delta_2 : 3x + 4y + 3 = 0$, $d : 2x - y + 3 = 0$

d) $\Delta_1 : 4x + y - 2 = 0$, $\Delta_2 : x + 4y + 17 = 0$, $d : x - y + 5 = 0$

Đ/s:a) ……………………………………………………………………b)………………………………

c) …………………………………………………………………d)………………………………

HT 57. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, với: *(dạng 9)*

a) A(2; 0), B(0; –3), C(5; –3) b) A(5; 3), B(6; 2), C(3; –1)

c) $AB : x - y + 2 = 0$, $BC : 2x + 3y - 1 = 0$, $CA : 4x + y - 17 = 0$

d) $AB : x + 2y - 5 = 0$, $BC : 2x + y - 7 = 0$, $CA : x - y + 1 = 0$

Đ/s:a) ……………………………………………………………………b)………………………………

c) ………………………………………………………………d)………………………………

HT 58. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC, với: *(dạng 10)*

a) A(2; 6), B(–3; –4), C(5; 0) b) A(2; 0), B(0; –3), C(5; –3)

c) $AB : 2x - 3y + 21 = 0$, $BC : 3x - 2y - 6 = 0$, $CA : 2x + 3y + 9 = 0$

d) $AB : 7x - y + 11 = 0$, $BC : x + y - 15$, $CA : 7x + 17y + 65 = 0$

Đ/s:a) ……………………………………………………………………b)………………………………

c) …………………………………………………………………d)………………………………

VẤN ĐỀ 3: Vị trí tương đối của đường thẳng *d* và đường tròn (C)

Để biện luận số giao điểm của đường thẳng d: $Ax + By + C = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$, ta có thể thực hiện như sau:.

• ***Cách 1:*** *So sánh khoảng cách từ tâm I đến d với bán kính R.*

– Xác định tâm I và bán kính R của (C).

– Tính khoảng cách từ I đến d.

+ $d(I,d) < R$ ⇔ d cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

+ $d(I,d) = R$ ⇔ d tiếp xúc với (C).

+ $d(I,d) > R$ ⇔ d và (C) không có điểm chung.

• ***Cách 2:*** *Toạ độ giao điểm (nếu có) của d và (C) là nghiệm của hệ phương trình:*

$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0 \end{cases} \quad (*)$$

+ Hệ (*) có 2 nghiệm ⇔ d cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

+ Hệ (*) có 1 nghiệm ⇔ d tiếp xúc với (C).

+ Hệ (*) vô nghiệm ⇔ d và (C) không có điểm chung.

BÀI TẬP

HT 59. Biện luận theo *m* số giao điểm của đường thẳng *d* và đường tròn (C), với:

a) $d: mx - y - 3m - 2 = 0$, $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$

b) $d: 2x - y + m = 0$, $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$

c) $d: x + y - 1 = 0$, $(C): x^2 + y^2 - 2(2m + 1)x - 4y + 4 - m = 0$

d) $d: mx + y - 4m = 0$, $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$

VẤN ĐỀ 4: Tiếp tuyến của đường tròn (C)

Cho đường tròn (C) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ.

Δ

tiếp xúc với (C) ⇔ $d(I, \Delta) = R$

• ***Dạng 1:*** *Tiếp tuyến tại một điểm $M_0(x_0; y_0) \in$ (C).*

– Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTPT $\overrightarrow{IM_0}$.

• ***Dạng 2:*** *Tiếp tuyến có phương cho trước.*

– Viết phương trình của Δ có phương cho trước (phương trình chứa tham số t).

– Dựa vào điều kiện: $d(I, \Delta) = R$, ta tìm được t. Từ đó suy ra phương trình của Δ.

• ***Dạng 3:*** *Tiếp tuyến vẽ từ một điểm $A(x_A; y_A)$ ở ngoài đường tròn (C).*

– Viết phương trình của Δ đi qua A (chứa 2 tham số).

– Dựa vào điều kiện: $d(I, \Delta) = R$, ta tìm được các tham số. Từ đó suy ra phương trình của Δ.

BÀI TẬP

HT 60. Cho đường tròn (C) và đường thẳng *d*.

i) Viết phương trình các tiếp tuyến của (C) tại các giao điểm của (C) với các trục toạ độ.

ii) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) vuông góc với *d*.

iii) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song với *d*.

a) $(C): x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$, $d: 2x - y + 3 = 0$

b) $(C): x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0,\ d: 2x - 3y + 1 = 0$

HT 61. Cho đường tròn (C), điểm A và đường thẳng *d*.

i) Chứng tỏ điểm A ở ngoài (C).

ii) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ A.

iii) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) vuông góc với *d*.

iv) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song với *d*.

a) $(C): x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0,\ A(-7;7),\ d: 3x + 4y - 6 = 0$

b) $(C): x^2 + y^2 + 4x - 8y + 10 = 0,\ A(2;2),\ d: x + 2y - 6 = 0$

§3: ELIP

1. Định nghĩa

Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c$ ($c > 0$).

$M \in (E) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$ ($a > c$)

*F_1, F_2: các **tiêu điểm**, $F_1F_2 = 2c$: **tiêu cự**.*

2. Phương trình chính tắc của elip

$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0,\ b^2 = a^2 - c^2)$

- Toạ độ các tiêu điểm: $F_1(-c;0),\ F_2(c;0)$.
- Với M($x; y$) ∈ (E), MF_1, MF_2 được gọi là các **bán kính qua tiêu điểm** của M.

$$MF_1 = a + \frac{c}{a}x,\ MF_2 = a - \frac{c}{a}x$$

3. Hình dạng của elip

- (E) nhận các trục toạ độ làm các trục đối xứng và gốc toạ độ làm tâm đối xứng.
- Toạ độ các đỉnh: $A_1(-a;0),\ A_2(a;0),\ B_1(0;-b),\ B_2(0;b)$
- Độ dài các trục: trục lớn: $A_1A_2 = 2a$, trục nhỏ: $B_1B_2 = 2b$
- **Tâm sai** của (E): $e = \dfrac{c}{a}$ $(0 < e < 1)$
- Hình chữ nhật cơ sở: tạo bởi các đường thẳng $x = \pm a,\ y = \pm b$ (ngoại tiếp elip).

4. Đường chuẩn của elip *(chương trình nâng cao)*

- Phương trình các đường chuẩn Δ_i ứng với các tiêu điểm F_i là: $x \pm \dfrac{a}{e} = 0$
- Với M ∈ (E) ta có: $\dfrac{MF_1}{d(M,\Delta_1)} = \dfrac{MF_2}{d(M,\Delta_2)} = e$ ($e < 1$)

VẤN ĐỀ 1: Xác định các yếu tố của (E)

Đưa phương trình của (E) về dạng chính tắc: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. *Xác định a, b, c.*

Các yếu tố: – Độ dài trục lớn 2a, trục nhỏ 2b.

– Tiêu cự 2c.

– Toạ độ các tiêu điểm $F_1(-c;0),\ F_2(c;0)$.

– Toạ độ các đỉnh $A_1(-a;0),\ A_2(a;0),\ B_1(0;-b),\ B_2(0;b)$.

– Tâm sai $e = \dfrac{c}{a}$.

– Phương trình các đường chuẩn $x \pm \dfrac{a}{e} = 0$

BÀI TẬP

HT 62. Cho elip (E). Xác định độ dài các trục, tiêu cự, toạ độ các tiêu điểm, toạ độ các đỉnh, tâm sai, phương trình các đường chuẩn của (E), với (E) có phương trình:

a) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ b) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ c) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ d) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$

e) $16x^2+25y^2=400$ f) $x^2+4y^2=1$ g) $4x^2+9y^2=5$ h) $9x^2+25y^2=1$

VẤN ĐỀ 2: Lập phương trình chính tắc của (E)

Để lập phương trình chính tắc của (E) ta cần xác định độ dài các nửa trục a, b của (E).

Chú ý: *Công thức xác định các yếu tố của (E):*

+ $b^2=a^2-c^2$ *+* $e=\frac{c}{a}$ *+ Các tiêu điểm* $F_1(-c;0),\ F_2(c;0)$

+ Các đỉnh: $A_1(-a;0),\ A_2(a;0),\ B_1(0;-b),\ B_2(0;b)$

BÀI TẬP

HT 63. Lập phương trình chính tắc của (E), biết:

a) Độ dài trục lớn bằng 6, trục nhỏ bằng 4.

b) Độ dài trục lớn bằng 10, tiêu cự bằng 6.

c) Độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng tiêu cự.

d) Tiêu cự bằng 8 và đi qua điểm $M\left(\sqrt{15};-1\right)$.

e) Độ dài trục nhỏ bằng 6 và đi qua điểm $M\left(-2\sqrt{5};2\right)$.

e) Một tiêu điểm là $F_1(-2;0)$ và độ dài trục lớn bằng 10.

f) Một tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$ và đi qua điểm $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

g) Đi qua hai điểm $M(1;0),\ N\left(\frac{\sqrt{3}}{2};1\right)$.

h) Đi qua hai điểm $M\left(4;-\sqrt{3}\right),\ N\left(2\sqrt{2};3\right)$.

HT 64. Lập phương trình chính tắc của (E), biết:

a) Độ dài trục lớn bằng 10, tâm sai bằng $\frac{3}{5}$.

b) Một tiêu điểm là $F_1(-8;0)$ và tâm sai bằng $\frac{4}{5}$.

c) Độ dài trục nhỏ bằng 6, phương trình các đường chuẩn là $x\sqrt{7}\pm 16=0$.

d) Một đỉnh là $A_1(-8;0)$, tâm sai bằng $\frac{3}{4}$.

e) Đi qua điểm $M\left(2;-\frac{5}{3}\right)$ và có tâm sai bằng $\frac{2}{3}$.

VẤN ĐỀ 3: Tìm điểm trên (E) thoả mãn điều kiện cho trước

Chú ý các công thức xác định độ dài bán kính qua tiêu điểm của điểm M(x; y) ∈ (E):

$$MF_1 = a + \frac{c}{a}x,\ MF_2 = a - \frac{c}{a}x$$

BÀI TẬP

HT 65. Cho elip (E) và đường thẳng *d* vuông góc với trục lớn tại tiêu điểm bên phải F_2 cắt (E) tại hai điểm M, N.

i) Tìm toạ độ các điểm M, N. ii) Tính $MF_1,\ MF_2,\ MN$.

a) $9x^2 + 25y^2 = 225$ b) $9x^2 + 16y^2 = 144$ c) $7x^2 + 16y^2 = 112$

HT 66. Cho elip (E). Tìm những điểm M ∈ (E) sao cho:

i) $MF_1 = MF_2$ ii) $MF_2 = 3MF_1$ iii) $MF_1 = 4MF_2$

a) $9x^2 + 25y^2 = 225$ b) $9x^2 + 16y^2 = 144$ c) $7x^2 + 16y^2 = 112$

HT 67. Cho elip (E). Tìm những điểm M ∈ (E) nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông, với:

a) $9x^2 + 25y^2 = 225$ b) $9x^2 + 16y^2 = 144$ c) $7x^2 + 16y^2 = 112$

HT 68. Cho elip (E). Tìm những điểm M ∈ (E) nhìn hai tiêu điểm dưới một góc 60^0, với:

a) $9x^2 + 25y^2 = 225$ b) $9x^2 + 16y^2 = 144$ c) $7x^2 + 16y^2 = 112$

----

§4 PHƯƠNG TRÌNH HYPEBOL

1. Định nghĩa

Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c$ (*c* > 0).

$$M \in (H) \Leftrightarrow \left|MF_1 - MF_2\right| = 2a \qquad (a < c)$$

*F_1, F_2: các **tiêu điểm**, $F_1F_2 = 2c$: **tiêu cự**.*

2. Phương trình chính tắc của hypebol

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (a, b > 0,\ b^2 = c^2 - a^2)$$

- Toạ độ các tiêu điểm: $F_1(-c;0),\ F_2(c;0)$.
- Với M(*x; y*) ∈ (H), MF_1, MF_2 được gọi là các **bán kính qua tiêu điểm** của M.

$$MF_1 = \left|a + \frac{c}{a}x\right|,\ MF_2 = \left|a - \frac{c}{a}x\right|$$

3. Hình dạng của hypebol

- (H) nhận các trục toạ độ làm các trục đối xứng và gốc toạ độ làm tâm đối xứng.
- Toạ độ các đỉnh: $A_1(-a;0),\ A_2(a;0)$
- Độ dài các trục: trục thực: 2*a*, trục ảo: 2*b*
- **Tâm sai** của (H): $e = \frac{c}{a}$ (*e* > 1)
- Hình chữ nhật cơ sở: tạo bởi các đường thẳng $x = \pm a,\ y = \pm b$.
- Phương trình các đường tiệm cận: $y = \pm\frac{b}{a}x$.

4. Đường chuẩn của hypebol

• Phương trình các đường chuẩn Δ_i ứng với các tiêu điểm F_i là: $x \pm \frac{a}{e} = 0$

• Với M ∈ (H) ta có: $\frac{MF_1}{d(M,\Delta_1)} = \frac{MF_2}{d(M,\Delta_2)} = e$ $(e < 1)$

VẤN ĐỀ 1: Xác định các yếu tố của (H)

Đưa phương trình của (H) về dạng chính tắc: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. *Xác định a, b, c.*

Các yếu tố: – *Độ dài trục thực 2a, trục ảo 2b.*

– *Tiêu cự 2c.*

– *Toạ độ các tiêu điểm* $F_1(-c;0),\ F_2(c;0)$.

– *Toạ độ các đỉnh* $A_1(-a;0),\ A_2(a;0)$.

– *Tâm sai* $e = \frac{c}{a}$.

– *Phương trình các đường tiệm cận:* $y = \pm\frac{b}{a}x$

– *Phương trình các đường chuẩn* $x \pm \frac{a}{e} = 0$

BÀI TẬP

HT 69. Cho hypebol (H). Xác định độ dài các trục, tiêu cự, toạ độ các tiêu điểm, toạ độ các đỉnh, tâm sai, phương trình các đường tiệm cận, phương trình các đường chuẩn của (H), với (H) có phương trình:

a) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ b) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ c) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$ d) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{1}=1$

e) $16x^2-25y^2=400$ f) $x^2-4y^2=1$ g) $4x^2-9y^2=5$ h) $9x^2-25y^2=1$

VẤN ĐỀ 2: Lập phương trình chính tắc của (H)

Để lập phương trình chính tắc của (H) ta cần xác định độ dài các nửa trục a, b của (H).

Chú ý: *Công thức xác định các yếu tố của (H):*

+ $b^2=c^2-a^2$ *+* $e=\frac{c}{a}$ *+ Các tiêu điểm* $F_1(-c;0),\ F_2(c;0)$

+ Các đỉnh: $A_1(-a;0),\ A_2(a;0)$

BÀI TẬP

HT 70. Lập phương trình chính tắc của (H), biết:

a) Độ dài trục thực bằng 6, trục ảo bằng 4.

b) Độ dài trục thực bằng 8, tiêu cự bằng 10.

c) Tiêu cự bằng $2\sqrt{13}$, một tiệm cận là $y=\frac{2}{3}x$.

d) Độ dài trục thực bằng 48, tâm sai bằng $\frac{13}{12}$.

e) Độ dài trục ảo bằng 6, tâm sai bằng $\frac{5}{4}$.

HT 71. Lập phương trình chính tắc của (H), biết:

a) Một đỉnh là A(5; 0), một tiêu điểm là F(6; 0).

b) Một tiêu điểm là F(–7; 0), tâm sai e = 2.

c) (H) đi qua hai điểm $M\left(2;\sqrt{6}\right),\ N(-3;4)$.

d) Độ dài trục thực bằng 8 và đi qua điểm A(5; –3).

e) Tiêu cự bằng 10 và đi qua điểm A(–4; 3).

f) Có cùng tiêu điểm với elip (E): $10x^2+36y^2-360=0$, tâm sai bằng $\frac{5}{3}$.

HT 72. Lập phương trình chính tắc của (H), biết:

a) Một đỉnh là A(–3; 0) và một tiệm cận là *d*: $2x-3y=0$.

b) Hai tiệm cận là *d*: $2x\pm y=0$ và khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

c) Tiêu cự bằng 8 và hai tiệm cận vuông góc với nhau.

d) Hai tiệm cận là *d*: $3x \pm 4y = 0$ và hai đường chuẩn là Δ: $5x \pm 16 = 0$.

e) Đi qua điểm E(4; 6) và hai tiệm cận là *d*: $\sqrt{3}x \pm y = 0$.

VẤN ĐỀ 3: Tìm điểm trên (H) thoả mãn điều kiện cho trước

Chú ý: *• Các công thức xác định độ dài bán kính qua tiêu điểm của điểm M(x; y) ∈ (H):*

$$MF_1 = \left|a + \frac{c}{a}x\right|,\ MF_2 = \left|a - \frac{c}{a}x\right|$$

• Nếu M thuộc nhánh phải thì x ≥ a

$$\Rightarrow MF_1 = \frac{c}{a}x + a,\ MF_2 = \frac{c}{a}x - a$$ *($MF_1 > MF_2$)*

• Nếu M thuộc nhánh trái thì x ≤ – a

$$\Rightarrow MF_1 = -\left(\frac{c}{a}x + a\right),\ MF_2 = -\left(\frac{c}{a}x - a\right)$$ *($MF_1 < MF_2$)*

BÀI TẬP

HT 73. Cho hypebol (H) và đường thẳng *d* vuông góc với trục thực tại tiêu điểm bên trái F_1 cắt (H) tại hai điểm M, N.

i) Tìm toạ độ các điểm M, N. ii) Tính $MF_1,\ MF_2,\ MN$.

a) $16x^2 - 9y^2 = 144$ b) $12x^2 - 4y^2 = 48$ c) $10x^2 + 36y^2 - 360 = 0$

HT 74. Cho hypebol (H). Tìm những điểm M ∈ (H) sao cho:

i) $MF_2 = 3MF_1$ ii) $MF_1 = 3MF_2$ iii) $MF_1 = 2MF_2$ iv) $MF_1 = 4MF_2$

a) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ b) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ c) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ d) $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

HT 75. Cho hypebol (H). Tìm những điểm M ∈ (H) nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông, với:

a) $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ c) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ d) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

HT 76. Cho hypebol (H). Tìm những điểm M ∈ (H) nhìn hai tiêu điểm dưới một góc α, với:

a) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1,\ \alpha = 120^0$ b) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{13} = 1,\ \alpha = 120^0$ c) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1,\ \alpha = 60^0$

§5 PARABOL

1. Định nghĩa

Cho điểm F và đường thẳng Δ không đi qua F.

$$M \in (P) \Leftrightarrow MF = d(M, \Delta)$$

F: **tiêu điểm**, Δ: **đường chuẩn**, $p = d(F, \Delta)$: **tham số tiêu**.

2. Phương trình chính tắc của parabol

$$y^2 = 2px \ \ (p > 0)$$

- Toạ độ tiêu điểm: $F\left(\frac{p}{2};0\right)$.
- Phương trình đường chuẩn:Δ: $x + \frac{p}{2} = 0$.
- Với M($x; y$) ∈ (P), **bán kính qua tiêu điểm** của M là $MF = x + \frac{p}{2}$.

3. Hình dạng của parabol

- (P) nằm về phía bên phải của trục tung.
- (P) nhận trục hoành làm trục đối xứng.
- Toạ độ đỉnh: $O(0;0)$
- Tâm sai: $e = 1$.

VẤN ĐỀ 1: Xác định các yếu tố của (P)

Đưa phương trình của (P) về dạng chính tắc: $y^2 = 2px$. *Xác định tham số tiêu p.*

Các yếu tố: – Toạ độ tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$.

– Phương trình đường chuẩn Δ: $x + \frac{p}{2} = 0$.

BÀI TẬP

HT 77. Cho parabol (P). Xác định toạ độ tiêu điểm và phương trình đường chuẩn của (P), với:

a) $(P): y^2 = 6x$ b) $(P): y^2 = 2x$ c) $(P): y^2 = 16x$ d) $(P): y^2 = x$

VẤN ĐỀ 2: Lập phương trình chính tắc của (P)

*Để lập phương trình chính tắc của (P) ta cần xác định **tham số tiêu p** của (P).*

***Chú ý:** Công thức xác định các yếu tố của (P):*

– Toạ độ tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ *– Phương trình đường chuẩn Δ:* $x + \frac{p}{2} = 0$.

BÀI TẬP

HT 78. Lập phương trình chính tắc của (P), biết:

a) Tiêu điểm F(4; 0) b) Tiêu điểm F(3; 0) c) Đi qua điểm M(1; –4)

c) Đường chuẩn Δ: $x + 2 = 0$ d) Đường chuẩn Δ: $x + 3 = 0$ e) Đi qua điểm M(1; –2)

HT 79. Lập phương trình chính tắc của (P), biết:

a) Tiêu điểm F trùng với tiêu điểm bên phải của elip (E): $5x^2 + 9y^2 = 45$.

b) Tiêu điểm F trùng với tiêu điểm bên phải của hypebol (H): $16x^2 - 9y^2 = 144$.

c) Tiêu điểm F trùng với tâm của đường tròn (C): $x^2 - 6x + y^2 + 5 = 0$.

VẤN ĐỀ 3: Tìm điểm trên (P) thoả mãn điều kiện cho trước

Chú ý: *Công thức xác định độ dài bán kính qua tiêu điểm của điểm M(x; y) ∈ (P):*

$$MF = x + \frac{p}{2}$$

BÀI TẬP

HT 80. Cho parabol (P) và đường thẳng *d* vuông góc với trục đối xứng tại tiêu điểm F cắt (P) tại hai điểm M, N.
i) Tìm toạ độ các điểm M, N. ii) Tính $MF,\ MN$.

a) $(P): y^2 = 6x$ b) $(P): y^2 = 2x$ c) $(P): y^2 = 16x$ d) $(P): y^2 = x$

HT 81. Cho parabol (P).
i) Tìm những điểm M ∈ (P) cách tiêu điểm F một đoạn bằng *k*.

ii) Chọn M có tung độ dương. Tìm điểm A ∈ (P) sao cho ΔAFM vuông tại F.

a) $(P): y^2 = 8x,\ k = 10$ b) $(P): y^2 = 2x,\ k = 5$ c) $(P): y^2 = 16x,\ k = 4$

HT 82. Cho parabol (P) và đường thẳng *d* có hệ số góc *m* quay quanh tiêu điểm F của (P) cắt (P) tại hai điểm M, N.
i) Chứng minh $x_M.x_N$ không đổi.

ii) Tính MF, NF, MN theo *m*.

a) $(P): y^2 = 4x$ b) $(P): y^2 = 2x$ c) $(P): y^2 = 16x$ d) $(P): y^2 = x$

ÔN TẬP

HT 83. Cho ba điểm A(2; 1), B(–2; 2), M(*x; y*).

a) Tìm hệ thức giữa *x* và *y* sao cho tam giác AMB vuông tại M.

b) Tìm phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường trung trực đoạn AB.

c) Tìm phương trình của đường thẳng *d* đi qua A và tạo với AB một góc 60^0.

HD: a) $x^2 + y^2 - 3y - 2 = 0$ *b)* $8x - 2y + 3 = 0$

c) $\left(4\sqrt{3} \mp 1\right)x - \left(\sqrt{3} \pm 4\right)y \pm 6 - 7\sqrt{3} = 0$

HT 84. Cho ba đường thẳng $d_1 : 3x + 4y - 12 = 0$, $d_2 : 3x + 4y - 2 = 0$, $d_3 : x - 2y + 1 = 0$.

a) Chứng tỏ rằng d_1 và d_2 song song. Tính khoảng cách giữa d_1 và d_2.

b) Tìm phương trình đường thẳng *d* song song và cách đều d_1 và d_2.

c) Tìm điểm M trên d_3 cách d_1 một đoạn bằng 1.

HD: a) 2 *b)* $3x + 4y - 7 = 0$ *c) M(3; 2) hoặc M(1; 1)*

HT 85. Cho điểm A(2; –3) và hai đường thẳng $d : \begin{cases} x = 7 - 2m \\ y = -3 + m \end{cases}$, $d' : \begin{cases} x = -5 + 4t \\ y = -7 + 3t \end{cases}$.

a) Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua A và cắt *d, d*′ tại B, B′ sao cho AB = AB′.

b) Gọi M là giao điểm của *d* và *d*′. Tính diện tích của tam giác MBB′.

HD: a) $\Delta : \begin{cases} x = 2 + 6t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$ *b) S = 5*

HT 86. Cho đường thẳng d_m: $(m - 2)x + (m - 1)y + 2m - 1 = 0$.

a) Chứng minh rằng d_m luôn đi qua một điểm cố định A.

b) Tìm *m* để d_m cắt đoạn BC với B(2; 3), C(4; 0).

c) Tìm phương trình đường thẳng đi qua A và tạo với BC một góc 45^0.

d) Tìm *m* để đường thẳng d_m tiếp xúc với đường tròn tâm O bán kính R = $\sqrt{5}$.

HD: a) A(1; –3) *b)* $\frac{8}{7} \le m \le \frac{3}{2}$ *c)* $x + 5y + 14 = 0,\ 5x - y - 8 = 0$ *Md)* $m = 3,\ m = \frac{4}{3}$

HT 87. Cho ba điểm M(6; 1), N(7; 3), P(3; 5) lần lượt là trung điểm của ba cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC.

a) Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

b) Tìm phương trình các trung tuyến AM, BN, CP.

c) Tính diện tích của tam giác ABC.

HD: a) A(4; 7), B(2; 3), C(10; –1)

b) $3x + y - 19 = 0,\ y = 3,\ 6x + 7y - 53 = 0$ *c) S = 20*

HT 88. Cho tam giác ABC có A(8; 0), B(0; 6), C(9; 3). Gọi H là chân đường cao vẽ từ C xuống cạnh AB.

a) Tìm phương trình cạnh AB và đường cao CH.

b) Gọi I, K lần lượt là hình chiếu của C trên Ox và Oy. Chứng minh I, H, K thẳng hàng.

HT 89. Cho ba điểm A(0; –1), B(4; 1), C(4; 2). Viết phương trình đường thẳng *d* khi biết:

a) *d* đi qua A và khoảng cách từ B đến *d* bằng hai lần khoảng cách từ C đến *d*.

b) *d* đi qua C và cắt các trục O*x*, O*y* lần lượt tại E và F sao cho: $\overline{OE} + \overline{OF} = -3$.

c) *d* đi qua B, cắt các trục O*x*, O*y* lần lượt tại M, N với $x_M > 0,\ y_N > 0$ và sao cho:

i) OM + ON nhỏ nhất ii) $\dfrac{1}{OM^2} + \dfrac{1}{ON^2}$ nhỏ nhất.

HD: a) $x - y - 1 = 0,\ 2x - 3y - 3 = 0$ *b)* $2x - y - 6 = 0,\ x - 4y + 4 = 0$

c) i) $x + 2y - 6 = 0$ *ii)* $4x + y - 17 = 0$

HT 90. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC, biết:

a) Đỉnh B(2; 6), phương trình một đường cao và một phân giác vẽ từ một đỉnh là:

$$x - 7y + 15 = 0,\ 7x + y + 5 = 0$$

b) Đỉnh A(3; –1), phương trình một phân giác và một trung tuyến vẽ từ hai đỉnh khác nhau là: $x - 4y + 10 = 0,\ 6x + 10y - 59 = 0$.

HD: a) $4x - 3y + 10 = 0,\ 7x + y - 20 = 0,\ 3x + 4y - 5 = 0$

b) $2x + 9y - 65 = 0,\ 6x - 7y - 25 = 0,\ 18x + 13y - 41 = 0$

HT 91. Cho hai điểm A(3; 4), B(–1; –4) và đường thẳng $d: 3x + 2y - 7 = 0$.

a) Viết phương trình đường tròn (C) qua A, B và có tâm I ∈ *d*.

b) Viết phương tiếp tuyến của (C) kẻ từ điểm $E\left(\dfrac{1}{2}; 4\right)$. Tính độ dài của tiếp tuyến đó và tìm toạ độ tiếp điểm.

c) Trên (C), lấy điểm F có $x_F = 8$. Viết phương trình đường tròn (C′) đối xứng với (C) qua đường thẳng AF.

HD: a) $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$

b) $y - 4 = 0,\ 4x - 3y + 10 = 0$*, d =* $\dfrac{5}{2}$*, tiếp điểm (3; 4), (–1; 2)*

c) (C′): $x^2 + y^2 - 16x - 8y + 55 = 0$

HT 92. Cho đường cong (C_m): $x^2 + y^2 + mx - 4y - m + 2 = 0$.

a) Chứng minh rằng với mọi *m*, (C_m) luôn là đường tròn và (C_m) luôn đi qua 2 điểm cố định A, B.

b) Tìm *m* để (C_m) đi qua gốc toạ độ O. Gọi (C) là đường tròn ứng với giá trị *m* vừa tìm được. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 4x + 3y - 5 = 0$ và chắn trên (C) một dây cung có độ dài bằng 4.

c) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) có vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (-2; 1)$.

d) Tìm *m* để (C_m) tiếp xúc với trục tung. Viết phương trình đường tròn ứng với *m* đó.

HD: a) A(1; 1), B(1; 3)

b) m = 2, (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$, $\Delta_1 : 4x + 3y - 8 = 0,\ \Delta_2 : 4x + 3y + 7 = 0$

c) $x + 2y - 8 = 0,\ x + 2y + 2 = 0$ *d) m = –2,* $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$

HT 93. Cho đường cong (C_t): $x^2 + y^2 - 2x\cos t - 2y\sin t + \cos 2t = 0$ ($0 < t < \pi$).

a) Chứng tỏ (C_t) là đường tròn với mọi *t*.

b) Tìm tập hợp tâm I của (C_t) khi *t* thay đổi.

c) Gọi (C) là đường tròn trong họ (C_t) có bán kính lớn nhất. Viết phương trình của (C).

d) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tạo với trục O*x* một góc 45^0.

HD: b) $x^2 + y^2 = 1$ *c)* $t = \frac{\pi}{2},\ (C) : x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0$

d) $x - y - 1 = 0,\ x + y + 1 = 0,\ x - y + 3 = 0,\ x + y - 3 = 0$

HT 94. Cho hai đường thẳng $d_1 : x - 3y + 4 = 0,\ d_2 : 3x + y + 2 = 0$.

a) Viết phương trình hai đường tròn (C_1), (C_2) qua gốc toạ độ O và tiếp xúc với d_1, d_2. Xác định tâm và bán kính của 2 đường tròn đó. Gọi (C_1) là đường tròn có bán kính lớn hơn.

b) Gọi A và B là tiếp điểm của (C_1) với d_1 và d_2. Tính toạ độ của A và B. Tính góc $\widehat{AOB}$.

c) Viết phương trình đường thẳng Δ cắt (C_1) tạo ra 1 dây cung nhận điểm E(4; –2) làm trung điểm.

d) Trên đường thẳng $d_3 : 3x + y - 18 = 0$, tìm những điểm mà từ đó vẽ được 2 tiếp tuyến của (C_1) vuông góc với nhau.

HD: a) $(C_1) : x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0,\ (C_2) : 5x^2 + 5y^2 + 2x - 6y = 0$

b) A(2; 2), B(0; –2), $\widehat{AOB} = 135^0$ *c) Δ:* $x - y - 6 = 0$ *d) (5; 3), (7; –3)*

HT 95. Cho đường tròn (C) đi qua điểm A(1; –1) và tiếp xúc với đường thẳng Δ: $x + 2 = 0$ tại điểm B có $y_B = 2$.

a) Viết phương trình đường tròn (C).

b) Một đường thẳng *d* đi qua M(4; 0) và có hệ số góc *k*. Biện luận theo *k* số giao điểm của *d* và (C).

HD: a) $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$

b) $k < \frac{5}{12}$ *: 2 điểm chung,* $k = \frac{5}{12}$ *: 1 điểm chung,* $k > \frac{5}{12}$ *: không điểm chung*

HT 96. Cho elip (E): $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$.

a) Xác định độ dài các trục, tiêu cự, tâm sai, toạ độ các tiêu điểm, toạ độ các đỉnh của (E).

b) Tính diện tích hình vuông có các đỉnh là giao điểm của (E) với 2 đường phân giác các góc toạ độ.

HD: b) S = $\frac{144}{13}$.

HT 97. Cho elip (E): $16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$.

a) Xác định độ dài các trục, tiêu cự, tâm sai, toạ độ các tiêu điểm, toạ độ các đỉnh của (E).

b) Viết phương trình các đường phân giác của góc $\widehat{F_1MF_2}$ với $M\left(3;-\frac{16}{3}\right)$ và F_1, F_2 là các tiêu điểm của (E).

HD: b) $3x-5y-25=0,\ 5x+3y-\frac{27}{5}=0$

HT 98. Cho elip (E): $x^2+4y^2-20=0$ và điểm A(0; 5).

a) Biện luận số giao điểm của (E) với đường thẳng *d* đi qua A và có hệ số góc *k*.

b) Khi *d* cắt (E) tại M, N, tìm tập hợp các trung điểm I của đoạn MN.

HD: a) $\left[\begin{array}{l} k<-\frac{1}{4} \\ k>\frac{1}{4} \end{array}\right.$ *: 2 giao điểm,* $-\frac{1}{4}<k<\frac{1}{4}$ *: không giao điểm,* $k=\pm\frac{1}{4}$ *: 1 giao điểm*

b) $x^2+4y^2=100$

HT 99. Cho họ đường cong (C_m): $x^2+y^2-2mx+2m^2-1=0$ (*).

a) Tìm các giá trị của *m* để (C_m) là đường tròn.

b) Tìm phương trình tập hợp (E) các điểm M trong mặt phẳng O*xy* sao cho ứng với mỗi điểm M ta có duy nhất 1 đường tròn thuộc họ (C_m) đi qua điểm M đó.

HD: a) $-1\le m\le 1$ *b) (E):* $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ *(Đưa PT (*) về PT với ẩn m. Tìm điều kiện để PT có nghiệm m duy nhất).*

HT 100. Cho elip (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

a) Viết phương trình chính tắc của hypebol (H) có 2 đỉnh là 2 tiêu điểm của (E) và 2 tiêu điểm là 2 đỉnh của (E).

b) Tìm điểm M trên (H) sao cho 2 bán kính qua tiêu điểm của M vuông góc với nhau.

c) Chứng minh tích các khoảng cách từ một điểm N bất kì trên (H) đến hai đường tiệm cận của (H) bằng một hằng số.

HD: a) $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=1$ *b) 4 điểm* $M\left(\pm\frac{5\sqrt{7}}{4};\pm\frac{9}{4}\right)$ *c)* $\frac{63}{16}$.

HT 101. Cho hypebol (H): $x^2-4y^2-4=0$.

a) Xác định độ dài các trục, tiêu cự, tâm sai, toạ độ các tiêu điểm, toạ độ các đỉnh của (H).

b) Gọi *d* là đường thẳng đi qua điểm A(1; 4) và có hệ số góc *k*. Biện luận theo *k* số giao điểm của *d* và (H).

HT 102. Cho các điểm $A_1(-2;0),\ A_2(2;0)$ và điểm M(*x; y*). Gọi M′ là điểm đối xứng của M qua trục tung.

a) Tìm toạ độ của điểm M′ theo *x, y* . Tìm phương trình tập hợp (H) các điểm M thoả $\overrightarrow{MA_2}.\overrightarrow{M'A_2}=0$. Chứng tỏ (H) là một hypebol. Xác định toạ độ các tiêu điểm và phương trình các đường tiệm cận của (H).

b) Viết phương trình của elip (E) có 2 đỉnh trên trục lớn của (E) trùng với 2 đỉnh của (H) và (E) đi qua điểm $B\left(\frac{2}{3};\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$.

c) Tìm toạ độ giao điểm của (H) với 2 đường chuẩn của (E).

HD: a) $x^2 - y^2 = 4$ *b) (E):* $x^2 + 4y^2 = 4$ *c) 4 điểm* $\left(\pm\frac{4\sqrt{3}}{3};\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

HT 103. Cho hypebol (H): $4x^2 - 5y^2 - 20 = 0$.

a) Tìm tiêu điểm, tâm sai, tiệm cận của (H).

b) Gọi (C) là đường tròn có tâm trùng với tiêu điểm F_1 (có hoành độ âm) của (H) và bán kính R bằng độ dài trục thực của (H). M là tâm đường tròn đi qua tiêu điểm F_2 và tiếp xúc ngoài với (C). Chứng minh rằng M ở trên (H).

HD: b) (C): $(x+3)^2 + y^2 = 20$. *Kiểm chứng* $MF_1 - MF_2 = 2\sqrt{5} = 2a$ $\Rightarrow M \in (H)$.

HT 104. Cho hypebol (H): $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$.

a) Viết phương trình của elip (E) có cùng tiêu điểm với (H) và đi qua điểm $P\left(2;\frac{5}{3}\right)$.

b) Đường thẳng *d* đi qua đỉnh A_2 của (E) (có hoành độ dương) và song song với đường thẳng Δ: $2x - 3y + 12 = 0$. Viết phương trình của *d*. Tìm toạ độ giao điểm B (khác A_2) của *d* với (E). Xác định điểm C ∈ (E) sao cho tam giác A_2BC có diện tích lớn nhất.

HD: a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ *b) d:* $2x - 3y - 6 = 0$, $B\left(-\frac{1}{3};-\frac{20}{9}\right)$, $C\left(-2;\frac{5}{3}\right)$

HT 105. Cho hypebol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Gọi F_1, F_2 là 2 tiêu điểm và A_1, A_2 là 2 đỉnh của (H). Trên (H), lấy điểm M tuỳ ý, kẻ MP ⊥ O*x*. Chứng minh:

a) $(MF_1 + MF_2)^2 = 4(OM^2 + b^2)$ b) $\frac{PM^2}{\overline{A_1P}.\overline{A_2P}} = \frac{b^2}{a^2}$.

HD: a) Viết $(MF_1 + MF_2)^2 = (MF_1 - MF_2)^2 + 4MF_1.MF_2$.

b) Tính PM^2, $\overline{A_1P}.\overline{A_2P}$ *theo toạ độ điểm M.*

HT 106. Cho parabol (P): $y^2 = 4x$.

a) Tìm toạ độ tiêu điểm F và phương trình đường chuẩn Δ của (P).

b) Tìm điểm M trên (P) mà khoảng cách từ M đến F bằng 5.

HD: b) N(4; 4); N(4; –4)

HT 107. Cho parabol (P): $y^2 = 2x$ có tiêu điểm F và điểm $M\left(\frac{t^2}{2};t\right)$ (với $t \neq 0$).

a) Chứng tỏ rằng M nằm trên (P).

b) Đường thẳng FM cắt (P) tại N (khác M). Tìm toạ độ trung điểm I của đoạn MN theo *t*.

c) Tìm tập hợp (P′) các điểm I khi *t* thay đổi.

HD: b) $I\left(\frac{t^4+1}{4t^2};\frac{t^2-1}{2t}\right)$ *c) (P′):* $y^2 = x - \frac{1}{2}$

ÔN TẬP

I. Các bài toán liên quan đến tam giác – góc – khoảng cách.

HT 1. Phương trình hai cạnh của một tam giác trong mặt phẳng tọa độ là $5x-2y+6=0$;. . Viết phương trình cạnh thứ ba của tam giác đó, biết rằng trực tâm của nó trùng với gốc tọa độ.

Đ/s: $AC: y+7=0$

HT 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho tam giác ABC, có điểm A(2; 3), trọng tâm G(2; 0). Hai đỉnh B và C lần lượt nằm trên hai đường thẳng $d_1: x+y+5=0$ và $d_2: x+2y-7=0$. Viết phương trình đường tròn có tâm C và tiếp xúc với đường thẳng BG.

Đ/s: $(x-5)^2+(y-1)^2+\frac{81}{25}$

HT 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $d_1: x+2y-7=0$ và $d_2: 5x+y-8=0$ và điểm G(2;1) . Tìm tọa độ điểm B thuộc d_1 điểm C thuộc d_2 sao cho tam giác ABC nhận điểm G làm trọng tâm biết A là giao điểm của d_1 và d_2

Đ/s: $A(1;3)$; B(3; 2) và C(2; -2)

HT 4. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho tam giác ABC với AB = $\sqrt{5}$, đỉnh C (- 1;- 1) đường thẳng AB có phương trình $x+2y-3=0$ và trọng tâm của tam giác ABC thuộc đường thẳng $x+y-2=0$. Xác định toạ độ các đỉnh A, B của tam giác.

Đ/s: $A\left(4,-\frac{1}{2}\right)$, $B\left(6;-\frac{3}{2}\right)$ hoặc $A\left(4,-\frac{1}{2}\right)$, $B\left(6;-\frac{3}{2}\right)$

HT 5. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A, cạnh BC nằm trên đường thẳng có phương trình $x+2y-2=0$. Đường cao kẻ từ B có phương trình $x-y+4=0$, điểm $M\left(-1;0\right)$ thuộc đường cao kẻ từ đỉnh C. Xác định toạ độ các đỉnh của tam giác ABC.

Đ/s: $B\left(-2;2\right)$ $C\left(\frac{-4}{5};\frac{7}{5}\right)$ $A\left(\frac{-13}{10};\frac{19}{10}\right)$

HT 6. Trong mặt phẳng oxy cho ΔABC có A (2;1) . Đường cao qua đỉnh B có phương trình $x-3y-7=0$. Đường trung tuyến qua đỉnh C có phương trình $x+y+1=0$. Xác định tọa độ B và C . Tính diện tích ΔABC. **Đ/s:** $S=16$ (đvdt)

HT 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có điểm M (2;2), N(1;1) lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BC và trực tâm H(-1;6). Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

Đ/s: C (3;2) ; A (1;2) ; B (-1;0) hoặc $C(\frac{11}{2};-\frac{1}{2});A(-\frac{3}{2};\frac{9}{2});B(-\frac{7}{2};\frac{5}{2})$

HT 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $B(-12;1)$, đường phân giác trong góc A có phương trình: $x+2y-5=0$. Trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.Viết phương trình đường thẳng BC. **Đ/s:** $BC: x-8y+20=0$

HT 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có A (4; - 2), phương trình đường cao kẻ từ C và đường trung trực của BC lần lượt là $x-y+2=0$; $3x+4y-2=0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C.

Đ/s: $B\left(-\frac{1}{4};\frac{9}{4}\right);C\left(-\frac{7}{4};\frac{1}{4}\right)$

HT 10. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC biết B (2; -1), đường cao và đường phân giác trong qua đỉnh A, C lần lượt là: $d_1: 3x-4y+27=0$ và $d_2: x+2y-5=0$

Đ/s: BC : $4x+3y+5=0$; AC : $y-3=0$; AB $4x+7y-1=0$

HT 11. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC, phân giác trong AD có phương trình $x+y-2=0$, đường cao CH có phương trình $x-2y+5=0$. Điểm $M\left(3;0\right)$ thuộc đoạn AC thoả mãn $AB=2AM$. Xác định toạ độ các đỉnh của tam giác ABC.
Đ/s: $A\left(1;1\right)$. $B\left(3;-3\right)$ $C\left(-1;2\right)$

HT 12. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy). Lập phương trình đường thẳng qua $M\left(2;1\right)$ và tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4.

Đ/s: $d_1: x+2y-4=0$. $d_2: \left(1-\sqrt{2}x\right)+2\left(1+\sqrt{2}\right)y-4=0$ $d_3: \left(1+\sqrt{2}x\right)+2\left(1-\sqrt{2}\right)y+4=0$

HT 13. Trong mp toạ độ Oxy cho 2 đường thẳng: $d_1: x-7y+17=0$; $d_2: x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng d qua điểm M (0;1) tạo với d_1; d_2 một tam giác cân tại giao điểm của d_1 và d_2
Đ/s: $x+3y-3=0$ và . $3x-y+1=0$.

HT 14. Cho A (1 ; 4) và hai đường thẳng d_1 $x+y-3=0$; $d_2: x+y-9=0$. Tìm điểm B trên d_1, điểm C trên d_2 sao cho tam giác ABC vuông cân tại A.

Đ/s: B(2 ; 1) & C(4 ; 5) hoặc B(- 2 ; 5) & C(2 ; 7).

HT 15. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết các đỉnh A, B, C lần lượt nằm trên các đường thẳng d: $x+y-5=0$, d_1: $x+1=0$, d_2: $y+2=0$. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C, biết BC = $5\sqrt{2}$.

Đ/s: $\left[\begin{array}{l} A(3;2),\ B(-1;5),\ C(0;-2) \\ A(3;2),\ B(-1;-1),\ C(6;-2) \end{array}\right.$.

HT 16. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho tam giác ABC có đường phân giác trong của góc $A: x+2y-5=0$, đường cao kẻ từ $A: 4x+13y-10=0$, điểm C(4;3) . Tìn toạ độ điểm B.
Đ/s: ....

HT 17. Trong mặt phẳng Oxy cho A(2;1) và đường thẳng $d: 2x+3y+4=0$. Lập phương trình

đường thẳng đi qua A tạo với đường thẳng d một góc 45^0.

Đ/s: $5x+y-11=0$ hoặc $-x+5y-3=0$.

HT 18. Tam giác cân ABC có đáy BC nằm trên đường thẳng: $2x-5y+1=0$, cạnh bên AB nằm trên đường thẳng: $12x-y-23=0$. Viết phương trình đường thẳng AC biết rằng nó đi qua điểm (3;1)

Đ/s: $8x+9y-33=0$

Câu hỏi tương tự: $BC: x-3y-2=0$, $AB: 2x-y+6=0$ Viết AC biết qua $M(3;2)$

Đ/s: $x+2y-7=0$

HT 19. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho tam giác ABC có diện tích $S_{\Delta ABC}=96$; $M(2;0)$ là trung điểm của AB, đường phân giác trong góc A có phương trình $(d): x-y-10=0$, đường thẳng AB tạo với (d) một góc φ thoả mãn $\cos\varphi=\dfrac{3}{5}$. Xác định toạ độ các đỉnh của tam giác ABC.

Đ/s: $\left[\begin{array}{l} A(3;-7),\ B(1;7),\ C(17;-9) \\ A(9;-1),\ B(-5;1), C(11;-15) \end{array}\right.$

HT 20. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có diện tích là $S = \frac{3}{2}$, đỉnh A (2;-3), đỉnh B(3;-2), trọng tâm của tam giác thuộc đường thẳng $d : 3x - y - 8 = 0$. Tìm toạ độ đỉnh C.

Đ/s: $C(-2;-10)$, $C(1;-1)$

HT 21. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A(-1; 4) và các đỉnh B, C thuộc đường thẳng Δ: $x - y - 4 = 0$. Xác định toạ độ các điểm B và C, biết diện tích tam giác ABC bằng 18.

Đ/s: $B\left(\frac{11}{2}; \frac{3}{2}\right), C\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$ hoặc là $C\left(\frac{11}{2}; \frac{3}{2}\right), B\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$.

HT 22. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy. Lập phương trình đường thẳng đi qua A (8 ;6) và tạo với 2 trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 12.

Đ/s: $\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 1, \ -\frac{x}{8} + \frac{y}{3} = 1$

HT 23. Cho tam giác ABC có diện tích bằng 2 . Biết A (1;0) , B (0;2) và trung điểm I của AC nằm trên đường thẳng $y = x$. Tìm toạ độ đỉnh C .

Đ/s: C(-1;0) hoặc C$\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$

HT 24. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ 0xy, cho điểm A(2; 1). Lấy điểm B nằm trên trục hoành có hoành độ không âm sao cho tam giác ABC vuông tại A. Tìm toạ độ B, C để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

Đ/s: B(0; 0); C(0; 5).

HT 25. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy. Cho các điểm A (1; 0), B (2; 1) và đường thẳng $d : 2x - y + 3 = 0$. Tìm điểm M trên d sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất.

Đ/s: $M\left(-\frac{8}{11};\frac{17}{11}\right)$

II. Các bài toán liên quan đến đường tròn

HT 26. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC với các đỉnh: A(–2;3), $B\left(\frac{1}{4};0\right), \ C(2;0)$.

Đ/s: $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

HT 27. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$. Tìm M thuộc trục tung sao cho qua M kẻ được hai tiếp tuyến của (C) mà góc giữa hai tiếp tuyến đó bằng 60^0.

Đ/s: $M_1(0;\sqrt{7})$ và $M_2(0;-\sqrt{7})$

HT 28. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d : x - 5y - 2 = 0$ và đường tròn $(L) : x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0$. Xác định toạ độ các giao điểm A, B của đường thẳng d và đường tròn (L) (cho biết điểm A có hoành độ dương). Tìm toạ độ điểm C thuộc đường tròn (L) sao cho tam giác ABC vuông ở B.

Đ/s: $A(2\ ;\ 0); B(-3\ ;\ -1)\ C(-4;4)$

HT 29. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C) : $x^2+y^2+2x-8y-8=0$. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng d: $3x+y-2=0$ và cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng 6.

Đ/s: $3x+y+4\sqrt{10}-1=0$ hoặc $3x+y-4\sqrt{10}-1=0$

HT 30. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường tròn $(C): x^2+y^2=13$ và $(C'): (x-6)^2+y^2=25$. Gọi A là một giao điểm của (C) và (C') với $y_A>0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và cắt $(C),(C')$ theo hai dây cung có độ dài bằng nhau (hai dây cung này khác nhau).

Đ/s: $-x+3y-7=0$

HT 31. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) : $x^2+y^2=1$. Tìm các giá trị thực của m sao cho trên đường thẳng $x-y+m=0$ có duy nhất một điểm mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến với (C) sao cho góc giữa hai tiếp tuyến này bằng 90^0

Đ/s: $m=\pm 2$.

HT 32. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường thẳng (d): $3x-4y+5=0$ và đường tròn (C) $x^2+y^2+2x-6y+9=0$ .Tìm những điểm M thuộc (C) và N thuộc d sao cho MN có độ dài nhỏ nhất.

Đ/s: $M\equiv M_1, N\equiv N_0$

HT 33. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho các đường tròn $(C_1): \left(x-1\right)^2+y^2=\frac{1}{2}$ và $(C_2): \left(x-2\right)^2+\left(y-2\right)^2=4$. Viết phương trình đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (C_1) và cắt đường tròn (C_2) tại hai điểm M, N sao cho $MN=2\sqrt{2}$

Đ/s: $MN: x+y-2=0$, $MN: x+7y-6=0$
$MN: x-y-2=0$, $MN: 7x-y-2=0$

HT 34. Cho hai đường tròn $(C_1): x^2+y^2-2y-3=0;$ $(C_2): x^2+y^2-8x-8y+28=0$. Viết phương trình tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2)

Đ/s: $x-2=0$; $3x-4y+14=0$; $3x-4y-6=0$; $7x+24y-14=0$

HT 35. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2+y^2+4\sqrt{3}x-4=0$. Tia Oy cắt (C) tại điểm A. Lập phương trình đường tròn (C') có bán kính $R'=2$, biết (C') tiếp xúc ngoài với đường tròn (C) tại A.

Đ/s: $\left(x-\sqrt{3}\right)^2+\left(y-3\right)^2=4$.

HT 36. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình: $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ và điểm K(3;4) . Lập phương trình đường tròn (T) tâm K cắt đường tròn (C) Tại hai điểm A,B Sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất với I là tâm của đường tròn (C)

Đ/s: $(T_1): (x-y)^2+(y-4)^2=4$ hoặc $(T_2): (x-3)^2+(y-4)^2=20$

III. Các bài toán liên quan đến tứ giác

HT 37. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12, tâm I là giao điểm của hai đường thẳng: $d_1: x-y-3=0$, $d_2: x+y-6=0$. Trung điểm một cạnh là giao điểm của d_1 và tia Ox. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

Đ/s: A(2 ; 1) $\Rightarrow D\left(4;-1\right)\Rightarrow C\left(7;2\right)$ & $B\left(5;4\right)$

HT 38. Viết phương trình cạnh AB của hình chữ nhật ABCD biết cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt đi qua các điểm M(4;5), N(6;5), P(5;2), Q(2;1) và diện tích hình chữ nhật là 16.

Đ/s: $AB: -x+y-1=0$ hoặc $AB: -x+3y-11=0$

HT 39. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có diện tích 12, tâm $I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$ và trung điểm của cạnh AD là M(3;0). Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật ABCD.

Đ/s: $A\left(2;1\right)$, $D\left(4;-1\right)$ $C\left(7;2\right)$, $B\left(5;4\right)$

HT 40. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có cạnh $AB: x-2y-1=0$, đường chéo $BD: x-7y+14=0$ và các đường chéo AC qua điểm $M(2;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

Đ/s: $B(7;3)$ $D(0;2), A(1;0), C(6;5)$

HT 41. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy viết phương trình các cạnh của hình chữ nhật $ABCD$.Biết rằng $AB=2BC$, A, B thuộc đường thẳng đi qua $M\left(-\frac{4}{3};1\right)$, B, C thuộc đường thẳng đi qua $N(0;3)$, A, D thuộc đường thẳng đi qua $P\left(4;-\frac{1}{3}\right)$, C, D thuộc đường thẳng đi qua $Q(6;2)$.

Đ/s: $AB: y=-3/17(x+4/3)+1,\ DC: y=-3/17(x-6)+2,$
$BC: x-3/17y+9/17=0,\ AD: x-3/17y-4-3/17=0$

HT 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông có đỉnh là (-4; 8) và một đường chéo có phương trình $7x-y+8=0$. Viết phương trình các cạnh của hình vuông.

Đ/s: $AB:\ 3x-4y+32=0; AD: 4x+3y+1=0$ $BC: 4x+3y-24=0; CD: 3x-4y+7=0$

HT 43. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hình vuông ABCD có đỉnh A(4; 5), đường chéo BD có phương trình: $y-3=0$. Tìm toạ độ của các đỉnh còn lại của hình vuông đó.

Đ/s: A(4;5), B(6;3), C(4;1), D(2;3) hoặc A(4;5), B(2;3), C(4;1), D(6;3).

HT 44. Trong mặt phẳng Oxy cho hình vuông ABCD có M là trung điểm của cạnh BC, phương trình đường thẳng DM: $x-y-2=0$ và $C\left(3;-3\right)$.Biết đỉnh A thuộc đường thẳng $d: 3x+y-2=0$. Xác định toạ độ các đỉnh A,B,D.

Đ/s: A$\left(-1;5\right)$, $B\left(-3;-1\right)$, D$\left(5;3\right)$

HT 45. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có tâm I (2;1) và AC = 2BD. Điểm $M\left(0;\frac{1}{3}\right)$ thuộc đường thẳng AB, điểm N(0;7) thuộc đường thẳng CD. Tìm tọa độ đỉnh B biết B có hoành độ dương.

Đ/s: B(1; -1)

HT 46. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi *ABCD* biết đường thẳng $AB: x+3y+1=0$
Đường thẳng chứa đường chéo *BD* có phương trình: $x-y+5=0$. Đường thẳng *AD* đi qua điểm $M(1;2)$. Tìm tọa độ tâm của hình thoi *ABCD*. **Đ/s:** $I(-2;3)$

HT 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang cân *ABCD* có diện tích bằng 18, đáy lớn *CD* nằm trên đường thẳng có phương trình: $x-y+2=0$. Biết hai đường chéo *AC, BD* vuông góc với nhau tại điểm $I(3;1)$. Viết phương trình đường thẳng *BC*, biết *C* có hoành độ âm.

Đ/s: $BC: x+2y-1=0$

HT 48. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có diện tích bằng 4. Biết A(1;0), B(0;2) và giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng y = x. Tìm tọa độ các đỉnh C và D.

Đ/s: $C\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right), D\left(\frac{8}{3};\frac{2}{3}\right)$ hoặc $C\left(-1;0\right), D\left(0;-2\right)$

IV. Tổng hợp

HT 49. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-5y-2=0$ và đường tròn (C): $x^2+y^2+2x-4y-8=0$. Xác định tọa độ các giao điểm A, B của đường tròn (C) và đường thẳng d (cho biết điểm A có hoành độ dương). Tìm tọa độ C thuộc đường tròn (C) sao cho tam giác ABC vuông ở B.

Đ/s: C (-4;4).

HT 50. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường tròn (C) $x^2+y^2+4x-6y+9=0$ và điểm $M(1;-8)$ Viết phương trình đường thẳng d qua M sao cho d cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt mà diện tích tam giác ABI đạt giá trị lớn nhất.Với I là tâm của đường tròn (C).

Đ/s: $7x+y+1=0$ & $17x+7y+39=0$

HT 51. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho đường tròn $(C): (x-1)^2+(y+2)^2=9$ và đường thẳng $d: 3x-4y+m=0$. Tìm m để trên d có duy nhất một điểm P mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến PA, PB tới (C) (A, B là tiếp điểm) sao cho tam giác PAB là tam giác đều.

Đ/s: $m=19, m=-41$

HT 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có trung điểm cạnh AB là $M(-1;2)$, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là $I(2;-1)$. Đường cao của tam giác kẻ từ A có phương trình: $2x+y+1=0$. Tìm tọa độ đỉnh C.

Đ/s: $C\left(\frac{14}{15};\frac{47}{15}\right)$

HT 53. Cho đường tròn (C) nội tiếp hình vuông ABCD có phương trình $(x-2)^2+(y-3)^2=10$. Xác định toạ độ các đỉnh A, C của hình vuông, biết cạnh AB đi qua M(-3; -2) và $x_A > 0$.

Đ/s: a $A(6;1); C(-2;5)$

HT 54. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho tam giác ABC có $A(-1;-3)$, trọng tâm $G(4;-2)$, trung trực của AB là $(d): 3x+2y-4=0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Đ/s: $x^2+y^2-\frac{148}{21}x+\frac{46}{7}y+\frac{8}{3}=0$

TUYỂN CHỌN CÁC BÀI TOÁN HAY VÀ KHÓ

HT 55. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có trọng tâm $G(1;1)$ đường cao $AH: 2x-y+1=0$ và các đỉnh *B, C* thuộc đường thẳng $\Delta: x+2y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh *A, B, C* của tam giác *ABC* biết diện tích tam giác *ABC* bằng 6.

Đ/s: $A(1;3), B(3;-1), C(-1;1)$ **hoặc** $A(1;3), B(-1;1), C(3;-1)$

HT 56. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* cân tại *A*. Đường thẳng $AB: 7x+6y-24=0$, $BC: x-2y-2=0$. Viết phương trình đường cao từ *B* của tam giác *ABC*.

Đ/s: $4x-18y-3=0$.

HT 57. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có 3 góc đều nhọn. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh *AC* của tam giác biết tọa độ chân các đường cao hạ từ *A, B, C* tương ứng là $M(-1;-2), N(2;2), P(-1;2)$. **Đ/s:** $2x+y-6=0$

HT 58. Trong hệ tọa độ Oxy cho hình thang cân $ABCD(AB \parallel CD, AB < CD)$. Biết $A(0;2)$ $D(-2;-2)$, và giao điểm *O* của *AC* và *BD* nằm trên đường thẳng có phương trình: $x+y-4=0$. Tìm tọa độ của các đỉnh còn lại của hình thang khi góc $\widehat{AOD}=45^0$.

Đ/s: $B(2+\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}); C(2+4\sqrt{2}; 2+4\sqrt{2})$ hoặc $B(4+3\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}); C(4+4\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$

HT 59. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông *ABCD* cố định biết $A(2;1), I(3;2)$ (*I* là giao điểm của hai đường *AC* và *BD)*. Một đường thẳng d đi qua *C* cắt các tia *AB, AD* lần lượt tại *M* và *N*. Viết phương trình đường thẳng d sao cho độ dài *MN* là nhỏ nhất.

Đ/s: $x+y-7=0$

HT 60. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông *ABCD*. Gọi *M* là trung điểm của *BC*, *N* là điểm trên *CD* sao cho $CN=2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình: $2x-y-3=0$. Tìm tọa độ điểm *A*. ***Đ/s:*** $A(1;-1)$ ***hoặc*** $A(4;5)$

HT 61. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho 2 đường thẳng $\Delta: x-y-4=0$ và $d: 2x-y-2=0$. Tìm tọa độ điểm *N* thuộc đường thẳng d sao cho đường thẳng *ON* cắt đường thẳng Δ tại điểm *M* thỏa mãn: $OM.ON=8$ **Đ/s:** $N(0;-2)$ **hoặc** $N\left(\frac{6}{5};\frac{2}{5}\right)$

HT 62. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có đỉnh $B\left(\frac{1}{2};1\right)$. Đường tròn nội tiếp tam giác *ABC* tiếp xúc với cạnh *BC, CA, AB* tương ứng tại *D, E, F*. Cho $D(3;1)$, đường thẳng $EF: y-3=0$. Tìm tọa độ *A* biết *A* có tung độ dương. **Đ/s:** $A\left(3;\frac{13}{3}\right)$

HT 63. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x+y=0; d_2: \sqrt{3}x-y=0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại *A*, cắt d_2 tại hai điểm *B, C* sao cho tam giác *ABC* vuông tại *B*. Viết phương trình đường tròn (C), biết tam giác *ABC* có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm *A* có hoành độ dương.

Đ/s: $(C): \left(x+\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=1$

HT 64. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ vuông góc Oxy; cho tam giác ABC có trung điểm của cạnh BC là điểm $M(3;-1)$, đường thẳng chứa đường cao kẻ từ đỉnh B đi qua điểm $E(-1;-3)$ và đường thẳng chứa cạnh AC đi qua điểm $F(1;3)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết rằng điểm đối xứng của đỉnh A qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm $D(4;-2)$. **Đ/s:** $A(2;2)$ $B(1;-1)$ $C(5;-1)$

HT 65. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}=90^0$ biết $B(-5;0), C(7;0)$, bán kính đường tròn nội tiếp $r=2\sqrt{13}-6$ .Xác định tọa độ tâm đường tròn nội tiếp *I* của tam giác *ABC* biết *I* có tung độ dương. **Đ/s:** $I(1+2\sqrt{5}; 2\sqrt{13}-6); I_2\left(1-2\sqrt{5}; 2\sqrt{13}-6\right)$

HT 66. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang vuông *ABCD* vuông tại *A* và *D* có đáy lớn là *CD*, đường thẳng *AD* có phương trình $3x-y=0$, đường thẳng *BD* có phương trình $x-2y=0$, góc tạo bởi hai đường thẳng *BC* và *AB* bằng 45^0.

Viết phương trình đường thẳng *BC* biết diện tích hình thang bằng 24 và điểm *B* có hoành độ dương. **Đ/s:** $2x+y-4\sqrt{10}=0$

HT 67. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có đường phân giác trong $l_A: x+y-3=0$, đường trung tuyến $m_B: x-y+1=0$, đường cao $h_C: 2x+y+1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác.

Đ/s: $A\left(\frac{12}{17};\frac{39}{17}\right), B\left(\frac{32}{17};\frac{49}{17}\right); C\left(-\frac{8}{17};-\frac{1}{17}\right)$

HT 68. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm $I(6;6)$ và ngoại tiếp đường tròn tâm $K(4;5)$, biết rằng $A(2;3)$. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC.

Đ/s: $BC: 3x+4y-42=0; AB: x=2; AC: y=3$

HT 69. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có đỉnh $A(-1;-3)$, trực tâm $H(1;-1)$ và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $I(2;-2)$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C của tam giác *ABC.*

Đ/s: $B(1;1); C(5;-3)$ **hoặc** $B(5;-3); C(1;1)$

HT 70. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có đường cao $BH: x+2y-3=0$, trung tuyến $AM: 3x+3y-8=0$. Cạnh BC đi qua $N(3;-2)$. Tìm tọa độ các đỉnh *A, B, C* của tam giác *ABC* biết *C* thuộc đường thẳng $x-y+2=0$.

Đ/s: $A\left(\frac{31}{18};\frac{17}{18}\right); B\left(\frac{29}{3};-\frac{10}{3}\right); C\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$

HT 71. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có $A(0;2), B(2;6)$ và *C* thuộc đường thẳng $d: x-3y+1=0$. Tìm tọa độ đỉnh *C* sao cho phân giác xuất phát từ đỉnh *A* song song với đường thẳng d. **Đ/s:** $C(2;1)$

HT 72. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho 2 đường thẳng $d_1: 2x-y-1=0, d_2: 2x+y-3=0$. Gọi *I* là giao điểm của d_1, d_2; *A* là điểm thuộc d_1, *A* có hoành độ dương khác 1 $(0<x_A\neq 1)$. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua *A*, cắt d_2 tại *B* sao cho diện tích tam giác ΔIAB bằng 6 và $IB=3IA$.

Đ/s: $x+y-5=0; 4x+y-11=0$

HT 73. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình các cạnh của tam giác *ABC* biết trực tâm $H(1;0)$, chân đường cao hạ từ đỉnh *B* là $K(0;2)$, trung điểm cạnh *AB* là $M(3;1)$.

Đ/s: $AC: x-2y+4=0, AB: 3x-y-8=0; BC: 3x+4y+2=0$

HT 74. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C_1): (x+2)^2+(y-1)^2=\frac{4}{3}$ có tâm O_1, đường tròn (C_2) có bán kính bằng 2 tâm O_2 nằm trên đường thẳng $d: x+y-2=0$ và cắt (C_1) tại hai điểm *A, B* sao cho tứ giác O_1AO_2B có diện tích bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. Viết phương trình đường tròn (C_2).

Đ/s: $\left(x+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^2+\left(y+\frac{\sqrt{15}}{6}-\frac{5}{2}\right)^2=4$ **hoặc** $\left(x+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^2+\left(y-\frac{\sqrt{15}}{6}-\frac{5}{2}\right)^2=4$

HT 75. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2=25$ và đường tròn $(T): x^2+(y-8)^2=9$. Một đường thẳng d cắt *(C)* tại *A, B*; cắt *(T)* tại *C, D* thỏa mãn: $AB=BC=CD$.

Đ/s: $\pm\sqrt{11}x+y-16=0; \pm x+\sqrt{3}y-\frac{16}{3}=0$

HT 76. Viết phương trình đường thẳng *d.*Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy* cho đường tròn $\left(C\right): \left(x-4\right)^2+y^2=4$ và điểm $E\left(4;1\right)$.Tìm toạ độ điểm M trên trục tung sao cho từ điểm M kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn $\left(C\right)$ với A, B là các tiếp điểm sao cho đường thẳng AB đi qua E.

Đ/s: $M\left(0;4\right)$

HT 77. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi *ABCD* có phương trình cạnh *BD* là $x-y=0$. Đường thẳng *AB* đi qua điểm $P(1;\sqrt{3})$, đường thẳng CD đi qua điểm $Q(-2;-2\sqrt{3})$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi, biết độ dài $AB=AC$ và điểm B có hoành độ lớn hơn 1.

Đ/s: $A(-\sqrt{3}-1;\sqrt{3}-1), B(2;2); C(\sqrt{3}-1;-\sqrt{3}-1); D(-4;-4)$

HT 78. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy,$ cho hình vuông *ABCD* với $A(1;2)$, *B* thuộc $d_1: x+2y-1=0, C$ thuộc $d_2: x+2y+8=0.$ Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông.

Đ/s: $B\left(\frac{27}{5};-\frac{11}{5}\right); C\left(\frac{6}{5};-\frac{33}{5}\right); D\left(-\frac{16}{5};-\frac{12}{5}\right)$

HT 79. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy,$ cho tam giác *ABC* có đỉnh $A(2;3)$, đường phân giác trong góc A có phương trình $x-y+1=0$ và tâm đường tròn ngoại tiếp $I(6;6).$ Viết phương trình cạnh *BC*, biết diện tích tam giác *ABC* gấp 3 lần diện tích tam giác *IBC.*

Đ/s: $BC: 3x+4y-54=0$ **hoặc** $3x+4y-36=0$

HT 80. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy,$ cho đường tròn $(C): \left(x-1\right)^2+\left(y-3\right)^2=5$ và hai điểm $A(2;1); B(0;5)$. Từ điểm M thuộc đường thẳng $d: x+2y+1=0$ kẻ hai tiếp tuyến đến (C). Gọi E, F là hai điểm tương ứng. Tìm tọa độ E, F biết *ABEF* là hình thang.

Đ/s: $E\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{5-2\sqrt{3}}{2}\right); C\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{5+2\sqrt{3}}{2}\right)$

HT 81. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đềcác vuông góc Oxy, xét tam giác ABC vuông tại A, phương trình đường thẳng BC là : $\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$, các đỉnh A và B thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 2. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Đ/s: $G_1=\left(\frac{4+4\sqrt{3}}{3};\frac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$ và $G_2=\left(\frac{-1-4\sqrt{3}}{3};-\frac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$

HT 82. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy,$ cho đường tròn $(C): (x+6)^2+(y-6)^2=50.$ Viết phương trình đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (C) tại điểm *M* cắt 2 trục tọa độ tại hai điểm *A, B* sao cho *M* là trung điểm của *AB.*

Đ/s: $x-y+2=0; x-y+22=0; x-5y+10=0; 7x+13y+182=0$

HT 83. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy,$ cho đường thẳng $d: x-y+1=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y-4=0.$ Tìm điểm *M* thuộc đường thẳng d sao cho qua *M* ta kẻ được các tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn $(C), (A, B$ là các tiếp điểm) đồng thời khoảng cách từ điểm $N\left(\frac{1}{2};1\right)$ đến đường thẳng *AB* là lớn nhất.**Đ/s:** $M(-3;-2)$

HT 84. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy,$ cho hình thang *ABCD* vuông tại *A, D* có đáy lớn *CD*, cạnh $AD: 3x-y=0,$ $BC: x-2y=0.$ Biết góc tạo bởi giữa *BC* và *AB* bằng 45^0, diện tích hình thang *ABCD* bằng 24. Tìm tọa độ đỉnh *B* của hình thang biết *B* có tung độ dương.

Đ/s: $B\left(\frac{4\sqrt{10}}{5};\frac{2\sqrt{10}}{5}\right)$

HT 85. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy,$ cho tam giác *ABC* có $A(2;6)$ chân đường phân giác trong kẻ từ đỉnh A là $D\left(2;-\frac{3}{2}\right)$ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* là $I\left(-\frac{1}{2};1\right)$. Tìm tọa độ đỉnh *B, C* của tam giác. **Đ/s:** $B(5;0); C(-3;-4)$ **hoặc** $B(-3;-4); C(5;0)$

HT 86. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC cân có đáy là BC. Đỉnh A có tọa độ là các số dương, hai điểm B và C nằm trên trục Ox, phương trình cạnh $AB: y=3\sqrt{7}(x-1)$. Biết chu vi của ΔABC bằng 18, tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

Đ/s: $B(1;0)$, $C(3;0), A\left(2;3\sqrt{7}\right)$.

TUYỂN TẬP ĐỀ THI CÁC NĂM 2009 – 2012

HT 87. ***A2009 – CB*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật *ABCD* có điểm $I(6;2)$ là giao điểm của hai đường chéo *AC* và *BD*. Điểm $M(1;5)$ thuộc đường thẳng *AB* và trung điểm *E* của cạnh *CD* thuộc đường thẳng $\triangle: x + y - 5 = 0.$ Viết phương trình đường thẳng *AB*.

Đ/s: $AB : y - 5 = 0$ *hoặc* $AB : x - 4y + 19 = 0$

HT 88. ***A2009 – NC*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng $\triangle: x + my - 2m + 3,$ với m là tham số thực. Gọi *I* là tâm đường tròn *(C)*. Tìm m để $\triangle$ cắt *(C)* tại hai điểm phân biệt *A* và *B* sao cho diện tích tam giác *IAB* lớn nhất.

Đ/s: $m = 0$ *hoặc* $m = \frac{8}{15}$

HT 89. ***B2009 – CB*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C) : (x - 2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$ và hai đường thẳng $\triangle_1: x - y = 0, \triangle_2: x - 7y = 0.$ Xác định tọa độ tâm *K* và tính bán kính đường tròn (C_1); biết đường tròn (C_1) tiếp xúc với các đường thẳng $\triangle_1;\triangle_2$ và tâm *K* thuộc đường tròn *(C).*

Đ/s: $K\left(\frac{8}{5};\frac{4}{5}\right)$ *và* $R = \frac{2\sqrt{2}}{5}$

HT 90. ***B2009 – NC*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* cân tại *A* có đỉnh $A(-1;4)$ và các đỉnh *B, C* thuộc đường thẳng $\triangle: x - y - 4 = 0.$ Xác định tọa độ các điểm *B* và *C*, biết diện tích tam giác *ABC* bằng 18.

Đ/s: $B\left(\frac{11}{2};\frac{3}{2}\right);C\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$ *hoặc* $B\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right);C\left(\frac{11}{2};\frac{3}{2}\right)$

HT 91. ***D2009 – CB*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có $M(2;0)$ là trung điểm của *AB*. Đường trung tuyến và đường cao đỉnh *A* lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0.$ Viết phương trình đường thẳng *AC.*

Đ/s: $AC : 3x - 4y + 5 = 0$

HT 92. ***D2009 – NC*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C) : (x - 1)^2 + y^2 = 1.$ Gọi *I* là tâm của *(C).* Xác định tọa độ điểm *M* thuộc *(C)* sao cho $\widehat{IMO} = 30^0$

Đ/s: $M\left(\frac{3}{2};\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

HT 93. ***A2010 – CB*** Cho hai đường thẳng $d_1 : \sqrt{3}x + y = 0$ và $d_2 : \sqrt{3}x - y = 0.$ Gọi *(T)* là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại *A*, cắt d_2 tại điểm *B* và *C* sao cho tam giác *ABC* vuông tại *B*. Viết phương trình của *(T)*, biết tam giác *ABC* có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm *A* có hoành độ dương.

Đ/s: $(T) : \left(x + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 1$

HT 94. ***A2010 – NC*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* cân tại *A* có đỉnh $A(6;6)$; đường thẳng đi qua trung điểm của các cạnh *AB* và *AC* có phương trình $x + y - 4 = 0.$ Tìm tọa độ các đỉnh *B* và *C*, biết điểm $E(1;-3)$ nằm trên đường cao đi qua đỉnh *C* của tam giác đã cho.

Đ/s: $B(0;-4);C(-4;0)$ *hoặc* $B(-6;2);C(2;-6)$

HT 95. ***B2010 – CB*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* vuông tại *A,* có đỉnh $C(-4;1),$ phân giác trong góc *A* có phương trình $x + y - 5 = 0.$ Viết phương trình đường thẳng *BC*, biết diện tích tam giác *ABC* bằng 24 và đỉnh *A* có hoành độ dương.

Đ/s: $BC : 3x - 4y + 16 = 0$

HT 96. ***B2010 – NC*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A\left(2;\sqrt{3}\right)$ và elip $(E):\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$. Gọi F_1 và F_2 là các tiêu điểm của *(E)* (F_1 có hoành độ âm); *M* là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với *(E)*; *N* là điểm đối xứng của F_2 qua *M*. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF_2.

Đ/s: $(T):(x-1)^2+\left(y-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{4}{3}$

HT 97. ***D2010 – CB*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có đỉnh $A(3;-7)$, trực tâm $H(3;-1)$, tâm đường tròn ngoại tiếp là $I(-2;0)$. Xác định tọa độ đỉnh *C* biết *C* có hoành độ dương.

Đ/s: $C\left(-2+\sqrt{65};3\right)$

HT 98. ***D2010 – NC*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(0;2)$ và $\triangle$ là đường thẳng đi qua *O*. Gọi *H* là hình chiếu vuông góc của *A* trên $\triangle$. Viết phương trình đường thẳng $\triangle$ biết khoảng cách từ *H* đến trục hoành bằng *AH.*

Đ/s: $\left(\sqrt{5}-1\right)x-2\sqrt{\sqrt{5}-2}y=0$ hoặc $\left(\sqrt{5}-1\right)x+2\sqrt{\sqrt{5}-2}y=0$

HT 99. ***A2011 – CB*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\triangle$: $x+y+2=0$ và đường tròn $(C):x^2+y^2-4x-2y=0$. Gọi *I* là tâm của *(C)*, *M* là điểm thuộc $\triangle$. Qua *M* kẻ các tiếp tuyến *MA* và *MB* đến *(C)* (*A* và *B* là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm *M,* biết tứ giác *MAIB* có diện tích bằng 10.

Đ/s: $M(0;1;3)$ *hoặc* $M\left(-\frac{6}{7};\frac{4}{7};\frac{12}{7}\right)$

HT 100. ***A2011 – NC*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các điểm *A* và *B* thuộc *(E)* có hoành độ dương sao cho tam giác *OAB* cân tại *O* và có diện tích lớn nhất.

Đ/s: $A\left(\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right);B\left(\sqrt{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ *hoặc* $A\left(\sqrt{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right);B\left(\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

HT 101. ***B2011 – CB*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\triangle$: $x-y-4=0$ và $d:2x-y-2=0$. Tìm tọa độ điểm *N* thuộc đường thẳng *d* sao cho đường thẳng *ON* cắt đường thẳng $\triangle$ tại điểm *M* thỏa mãn: $OM.ON=8$.

Đ/s: $N(0;-2);N\left(\frac{6}{5};\frac{2}{5}\right)$

HT 102. ***B2011 – NC*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có đỉnh $B\left(\frac{1}{2};1\right)$. Đường tròn nội tiếp tam giác *ABC* tiếp xúc với các cạnh *BC, CA, AB* tương ứng tại các điểm *D, E, F.* Cho điểm $D(3;1)$ và đường thẳng $EF:y-3=0$. Tìm tọa độ đỉnh *A*, biết *A* có tung độ dương.

Đ/s: $A\left(3;\frac{13}{3}\right)$

HT 103. ***D2011 – CB*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có đỉnh $B(-4;1)$, trọng tâm $G(1;1)$ và đường thẳng chứa phân giác trong của góc *A* có phương trình $x-y-1=0$. Tìm tọa độ các đỉnh *A* và *C*. ***Đ/s:*** $A(4;3);C(3;-1)$

HT 104. ***D2011 – NC*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(1;0)$ và đường tròn $(C):x^2+y^2-2x+4y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng $\triangle$ cắt *(C)* tại hai điểm *M* và *N* sao cho tam giác *AMN* vuông cân tại *A*. ***Đ/s:*** $y=1;y=-3$

HT 105. ***AA12012 – CB*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông *ABCD.*Gọi *M* là trung điểm của cạnh *BC*, *N* là điểm trên *CD* sao cho $CN=2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng *AN* có phương trình $2x-y-3=0$. Tìm tọa độ điểm *A.****Đ/s:*** $A(1;-1)$ *hoặc* $A(4;5)$

HT 106. ***AA12012 – NC*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8.$ Viết phương trình chính tắc của elip *(E)*, biết rằng *(E)* có độ dài trục lớn bằng 8 và *(E)* cắt *(C)* tại bốn điểm tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông. ***Đ/s:*** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{\frac{16}{3}} = 1$

HT 107. ***B2012 – CB*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 4,$ $(C_2): x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0$ và đường thẳng $d: x - y - 4 = 0.$ Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc (C_2), tiếp xúc với *d* và cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt *A* và *B* sao cho *AB* vuông góc với *d.*

Đ/s: $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 8$

HT 108. ***B2012 – NC*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi *ABCD* có $AC = 2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $x^2 + y^2 = 4.$ Viết phương trình chính tắc của elip *(E)* đi qua các đỉnh *A, B, C, D* của hình thoi. Biết *A* thuộc Ox ***Đ/s:*** $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$

HT 109. ***D2012 – CB*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật *ABCD.* Các đường thẳng *AC* và *AD* lần lượt có phương trình là $x + 3y = 0$ và $x - y + 4 = 0$; đường thẳng *BD* đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{3};1\right).$ Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật *ABCD.*

Đ/s: $A(-3;1); B(1;-3); C(3;-1); D(-1;3)$

HT 110.*D2012 – NC* Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0.$ Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc *d*, cắt trục Ox tại *A* và *B*, cắt trục Oy tại *C* và *D* sao cho $AB = CD = 2.$ ***Đ/s:*** $(x+3)^2 + (y+3)^2 = 10$

HT 111. *A* – 2013 – CB Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật *ABCD* có điểm *C* thuộc đường thẳng $d: 2x + y + 5 = 0$ và $A(-4;8)$. Gọi *M* là điểm đối xứng của *B* qua *C*, *N* là hình chiếu vuông góc của *B* trên đường thẳng *MD.* Tìm tọa độ các điểm *B* và *C*, biết rằng $N(5;-4).$ ***Đ/s:*** $C(-1;7); B(-4;-7)$

HT 112. *A* – *2013* – *NC* Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x - y = 0.$ Đường tròn *(C)* có bán kính $R = \sqrt{10}$ cắt Δ tại hai điểm phân biệt *A, B* sao cho $AB = 4\sqrt{2}.$ Tiếp tuyến của *(C)* tại *A* và *B* cắt nhau tại một điểm thuộc tia Oy. Viết phương trình đường tròn *(C).* ***Đ/s:*** $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 10$

HT 113. B – 2013 – CB Trong mặt phẳng với hệọa độ Oxy, cho hình thang cân *ABCD* có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC.$ Đường thẳng *BD* có phương trình và tam giác *ABD* có trực tâm là $H(-3;2).$ Tìm tọa độ các đỉnh *C, D.**Đ/s:*** $C(-1;6); D(4;1), D(-8;7)$

HT 114. B – 2013 – NC Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có chân đường cao hạ từ đỉnh A là $H\left(\frac{17}{5};-\frac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong của góc *A* là $D(5;3)$ và trung điểm của cạnh *AB* là $M(0;1)$. Tìm tọa độ đỉnh *C.*

Đ/s: $C(9;11)$

HT 115.*D* – *2013* – *CB.* Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* có điểm $M\left(-\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh *AB*, điểm $H(-2;4)$ và điểm $I(-1;1)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ *B* và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC.* Tìm tọa độ điểm *C.**Đ/s:*** $C(4;1); C(-1;6)$

HT 116. *D* – *2013* – *NC.*Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ và đường thẳng $\Delta: y - 3 = 0.$ Tam giác *MNP* có trực tâm trùng với tâm của *(C)*, các đỉnh *N* và *P* thuộc Δ, đỉnh *M* và trung điểm của cạnh *MN* thuộc *(C)*. Tìm tọa độ điểm *P.* ***Đ/s:*** $P(-1;3); P(3;3)$

---HẾT---